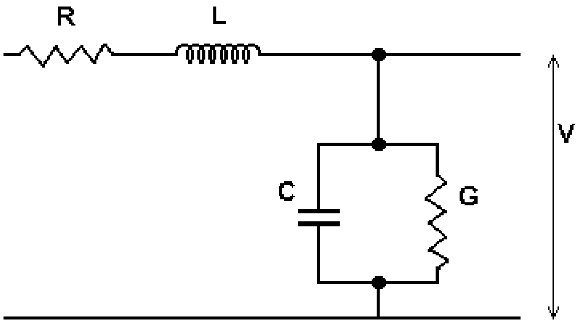
LINEE DI TRASMISSIONE

- **Formule generali.**

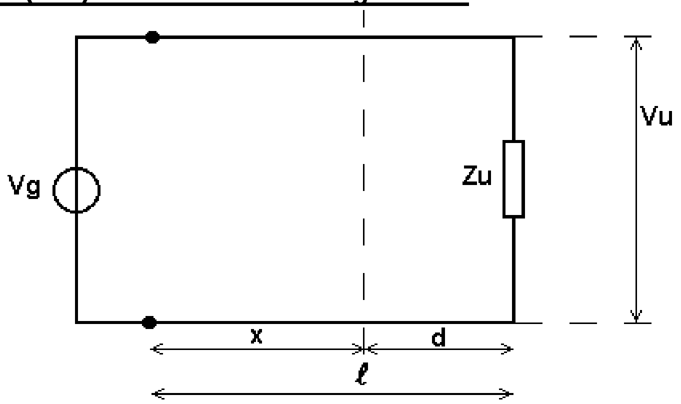
Circ. equiv. ad un tratto di linea di lunghezza infinitesima



Impedenza caratteristica di una linea	$Z_0 = \sqrt{\dfrac{R + jwL}{G + jwC}}$
Impedenza caratteristica di una linea (linea priva di perdite o in alta frequenza)	$Z_0 = \sqrt{L/C}$
Costante di propagazione	$g = a + jb = \sqrt{(R + jwL)*(G + jwC)}$
Condizione di non distorsione di Heaviside	R*C = L*G
Costante di propagaz. In linea priva di perdite	$\alpha = 0 \rightarrow g = jw*\sqrt{LC} = jb$
Velocità di propagazione	$u = 1/\sqrt{LC} = w/b = 2pf/b$
Lunghezza d'onda	$\lambda = u * T = u / f$
Costante di fase	$b = \dfrac{2p}{l}\,[radianti/m] \quad b = \dfrac{360°}{l}\,[gradi/m]$

- **Linea priva di perdite (a=0) chiusa su un carico generico.**

Circ. equiv. ad un tratto di linea di lunghezza l chiusa su un carico generico Zu



Linee prive di perdite

Tensione e corrente alla distanza d dal carico Valori massimi di: Tensione diretta e riflessa: $Vd = \dfrac{Iu}{2}(Zu + Z_0) \quad Vr = \dfrac{Iu}{2}(Zu - Z_0)$ Corrente diretta e riflessa: $Id = \dfrac{Iu}{2Z_0}(Zu + Z_0) \quad Ir = \dfrac{Iu}{2Z_0}(Zu - Z_0)$	$V(d) = \dfrac{Iu}{2}\left[(Zu + Z_0)*e^{gd} + (Zu - Z_0)*e^{-gd}\right]$ $= Vu*\cos(bd) + jZ_0 Iu\,\mathrm{sen}(bd)$ $I(d) = \dfrac{Iu}{2Z_0}\left[(Zu + Z_0)*e^{gd} - (Zu - Z_0)*e^{-gd}\right]$ $= Iu*\cos(bd) + j\dfrac{Vu}{Z_0}\mathrm{sen}(bd)$
Impedenza alla distanza d dal carico	$Z(d) = Z_0\,\dfrac{Zu + jZ_0 * tg(bd)}{Z_0 + jZu * tg(bd)}$ per d=0 → Z(d)=Zu ; per d=∞ → $Z(d)=Z_0$

Coeff. di riflessione sul carico	$\Gamma v = \frac{Vd}{Vr} = \frac{Zu - Z_0}{Zu + Z_0} \quad \Gamma i = -\frac{Id}{Ir} = -\Gamma v$
Rapporto d'onda stazionaria	$ROS = \left\lvert\frac{V_{MAX}}{V_{\min}}\right\rvert = \left\lvert\frac{I_{MAX}}{I_{\min}}\right\rvert = \frac{1+\Gamma v}{1-\Gamma v}$
Resistenza sulla linea	$R_{MAX} = Z_0 * ROS$; $R_{min} = Z_0 / ROS$
Distanza dei ventri di V o I dal carico	$d = \frac{\Theta + 2n\boldsymbol{p}}{2\boldsymbol{b}} \quad con\ n = 0,1,2,3,...$ e Θ fase di Γ_V

Linee con uscita in cortocircuito ($Zu=Z_0=0$)

Tensione e corrente alla distanza d dal carico	$V(d) = jZ_0 Iu \operatorname{sen}(\boldsymbol{b}d)$ $I(d) = Iu \cos(\boldsymbol{b}d)$
Impedenza alla distanza d dal carico	$Z(d) = jZ_0 * tg(\boldsymbol{b}d)$
Coeff. di riflessione sul carico	$\Gamma v = -1$; $\Gamma i = 1$
Rapporto d'onda stazionaria	$ROS = \infty$

Linee con uscita aperta (Zu= ¥)

Tensione e corrente alla distanza d dal carico	$V(d) = Vu \cos(\boldsymbol{b}d)$ $I(d) = j\frac{Vu}{Z_0}\operatorname{sen}(\boldsymbol{b}d)$
Impedenza alla distanza d dal carico	$Z(d) = -jZ_0 * \operatorname{cotg}(\boldsymbol{b}d)$
Coeff. di riflessione sul carico	$\Gamma v = 1$; $\Gamma i = -1$
Rapporto d'onda stazionaria	$ROS = \infty$

- **<u>Adattamenti di impedenza.</u>**

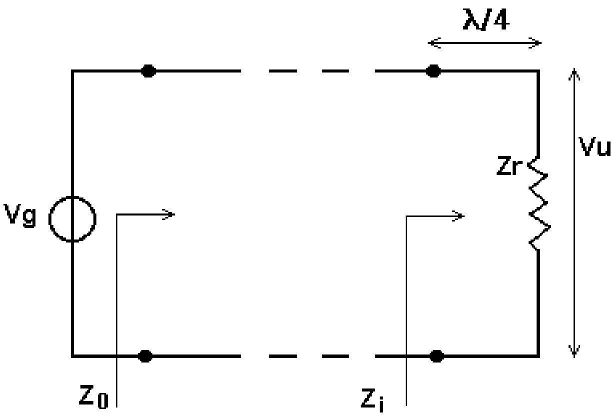
1. <u>Adattamento con tronco di linea in $\lambda / 4$:</u>

Per carico puramente resistivo → Zu=Zr

$Z(\lambda / 4) = Zi = Z_0^2 / Zr$

Impedenza del tronco di linea:

$Z_A = \sqrt{Z_0 * Zr}$ se il carico non è puramente resistivo lo si rende tale calcolando R_{min} e R_{MAX} e li si usa nella formula al posto di Zr.



2. <u>Adattamento con stub:</u>

Per Zu ≠ Zr

Formule generali:

$$d = \frac{\Theta - \arccos(-\Gamma_V)}{2\boldsymbol{b}}$$

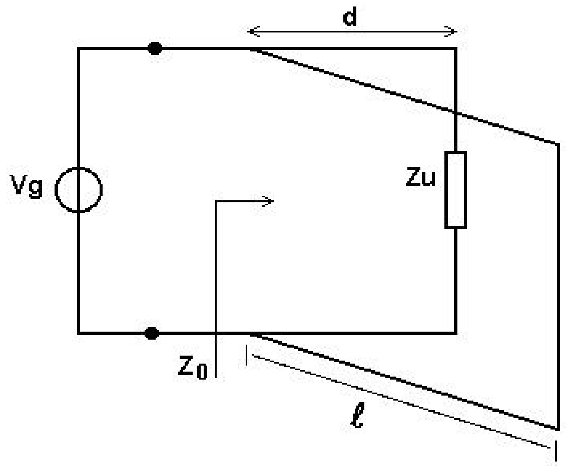
$$\ell = -\frac{1}{\boldsymbol{b}}\operatorname{arctg}\left[\frac{2\Gamma_V \operatorname{sen}(\Theta - 2\boldsymbol{b}\,d)}{1-\Gamma_V^2}\right]$$

posti:

Θ = fase di Γv

$|\Gamma v|$ = modulo di Γv

Ros= Resistenza dello stub



se Zr>Z_0:

$$d = \frac{l}{4p}\left(\Theta + p - \text{arcsen}\left|\Gamma_V\right|\right)$$

$$\ell = -\frac{l}{2p}\text{arctg}\left[\frac{Z_0 * \sqrt{1-|\Gamma v|^2}}{Ros * 2\,|\Gamma v|}\right]$$

se Zr<Z_0:

$$d = \frac{l}{4p}\left(\Theta - p + \text{arcsen}\left|\Gamma_V\right|\right)$$

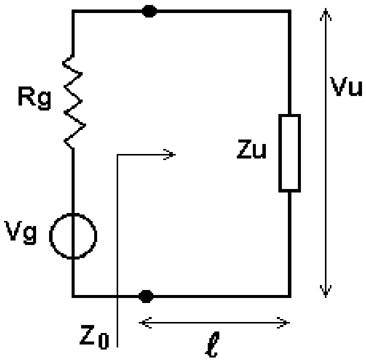
$$\ell = -\frac{l}{2p}\left(p - \text{arctg}\left[\frac{Z_0 * \sqrt{1-|\Gamma v|^2}}{Ros * 2\,|\Gamma v|}\right]\right)$$

- **<u>Altre formule e accorgimenti.</u>**

Γv è un numero complesso perciò → $\Gamma_V = \frac{a+jb}{c+jd}$ $\quad \left|\Gamma_V\right| = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{\sqrt{c^2+d^2}}$ $\quad j = \text{arctg}\,{}^{b}\!/_{a} - \text{arctg}\,{}^{d}\!/_{c}$

La velocità della luce è c=3*10^8 m/s.

La tensione totale $V_U = V_D + V_R$ cioè onda diretta + onda riflessa.



Se la linea è adattata, le tensioni si calcolano così:

$V_D = V_g \frac{Z_0}{R_g + Z_0}$ (← partitori) $\qquad V_R = \Gamma_V * V_d$

Se **Zu** = **Rg** allora **Gv** è il coeff. di riflessione della sorgente.

$\text{V}_{\text{MAX}} = |\,\text{Vd}\,| + |\,\text{Vr}\,|$ e $\text{V}_{\text{min}} = |\,\text{Vd}\,| - |\,\text{Vr}\,|$, vale la stessa relazione per la corrente (|…| = modulo del numero complesso)

Potenza in ingresso	$Pi = \frac{1}{2}\text{parte reale}[Vin * Iin]$
Potenza diretta e riflessa	$Pd = \frac{1}{2}\text{parte reale}[Vd * Id]$ $Pr = \frac{1}{2}\text{parte reale}[Vr * Ir]$
Potenza sul carico	$Pu = Pd + Pr$

Se il carico Zu è puramente resistivo il massimo di tensione si trova a distanza 0 dal carico, il minimo si trova a λ / 4. Altrimenti dmin=$\frac{l}{4p}j + \frac{l}{4}$ e dMAX=$\frac{l}{4p}j$

Tra due massimi c'è una distanza pari a λ /2

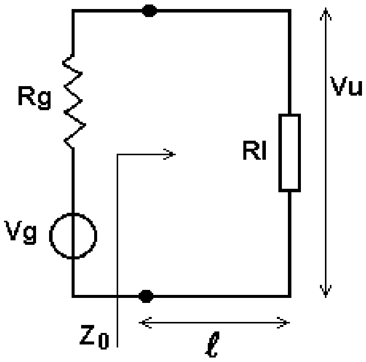
Tra una massimo ed un minimo c'è una distanza pari a λ /4

Condizioni necessarie perché la linea sia adattata: ROS=1 e Γv=1

Se Zu=Z_0 la linea è adattata.

$l = {}^{u}\!/_{f}$ $\qquad u = {}^{w}\!/_{b}$ $\qquad b = {}^{2p}\!/_{l}$ $\qquad ROS = \left|\frac{V_{MAX}}{V_{\min}}\right| = \left|\frac{I_{MAX}}{I_{\min}}\right| = \frac{1+\Gamma_V}{1-\Gamma_V}$ $\qquad \Gamma_V = -\Gamma_I$

$\Gamma_V = \frac{Z_r - Z_0}{Z_r + Z_0} = \frac{a + jb}{c + jd}$ $\qquad |\Gamma_V| = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{c^2 + d^2}}$ $\qquad j = \text{arctg}\, {}^{b}\!/_{a} - \text{arctg}\, {}^{d}\!/_{c}$ $\qquad V_U = V_D + V_R$

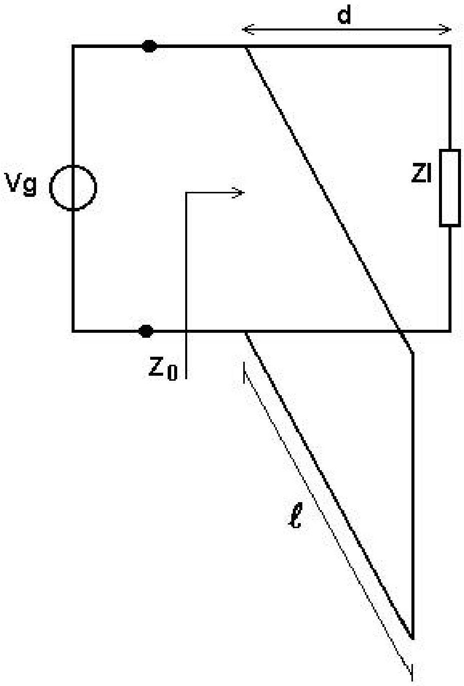


$V_D = V_g \frac{Z_0}{R_g + Z_0}$ (← partitori) $\qquad V_R = \Gamma_V * V_d$

Rl è il carico e può essere una R o una Z perciò nel calcolo di **Gv** bisogna sostituire **Zr** con ciò che rappresenta **Rl** (di solito **Gv** va espressa in modulo e fase come sopraindicato, attenzione al segno nel calcolo della arctg). Se **Zr** = **Rg** allora **Gv** è il coeff. di riflessione della sorgente.

Perché la linea sia adattata deve avere **Gv**=0 e **ROS**=1

La distanza dal carico $\ell = {}^{\Theta}\!/_{2b}$ $\wedge$ $\Theta = j(\Gamma_V)$ è anche la distanza dal 1° massimo di tensione.



Per inserire uno **stub** occorre fissarlo ad una distanza **d** dal carico e dimensionarlo di un'opportuna lunghezza **l**.

$$d = \frac{\Theta - \arccos(-\Gamma_V)}{2b}$$

$$\ell = -\frac{1}{b}\,\text{arctg}\left[\frac{2\Gamma_V\,\text{sen}(\Theta - 2b\,d)}{1-\Gamma_V^{\;2}}\right]$$

NB:

Vmax=$|V_M|+|V_m|$ e Vmin=$|V_M|-|V_m|$, vale la stessa relazione per la I

Zmax=Vmax / Imin e Zmin=Vmin / Imax

Pl=Pd+Pr → Pd=parte reale(Vd*Id/2) e Pr=parte reale(Vr*Ir/2)