Teorema di MacLaurin. *Sia $f(x)$ positiva e decrescente in $[1, +\infty)$. La serie*

$$\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$$

converge se e solo se l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} f(x)\, dx$$

converge. Si ha inoltre

$$\sum_{n=2}^{\infty} f(n) \leq \int_1^{+\infty} f(x)\, dx \leq \sum_{n=1}^{\infty} f(n).$$

Dal Teorema di MacLaurin segue immediatamante il seguente corollario utile nel calcolo approssimato delle somme di serie numeriche :

Corollario. *Sia $f(x)$ positiva e decrescente in $[1, +\infty)$ e sia la serie*

$$\sum_{k=1}^{\infty} f(k)$$

convergente. Detta S la somma della serie e S_n la ridotta n-esima, si ha che

$$|S - S_n| = \sum_{k=n+1}^{\infty} f(k) \leq \int_n^{+\infty} f(x)\, dx,$$

per ogni $n \geq 1$.