

Modello di Esame di Analisi II

11 aprile 2001

ESERCIZIO 1. Data la serie di funzioni $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x}{8} - 2\right)^{2n+1}$:

1. determinare $f(x)$ la somma della serie

2. determinare il dominio di convergenza puntuale della serie

3. determinare un intervallo in cui la serie converge totalmente

4. calcolare per serie $\int_{16}^{20} f(x) dx$

ESERCIZIO 2.

Data la funzione : $f(x, y) = xy - \frac{x^3}{3} - \frac{y^2}{2}$

1. determinare le direzioni lungo le quali la derivata direzionale di f calcolata in $P_0 = (1, 2)$ è massima, minima, minima in valore assoluto.

2. determinare i punti di stazionarietà di f e indicarne la natura

3. Sia $g(x, y) = |f(x, y)|$. Dire se esiste il gradiente di g nel punto $O = (0, 0)$, e, in caso affermativo, quanto vale.
Dire se $O = (0, 0)$ è un punto di stazionarietà per g .

ESERCIZIO 3.

Utilizzare la trasformata di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale :

$$\begin{cases} x'' + tx' - 2x = 1 \\ x(0) = 0 \quad x'(0) = 0 \end{cases}$$

ESERCIZIO 4.

Risolvere l'equazione $z^4 + i = 0$ e rappresentare sul piano di Gauss le soluzioni.

ESERCIZIO 5.

1. Stabilire se l'integrale $\int_2^{+\infty} \frac{\cos t}{t^2 + t - 2} dt$ è convergente

 CONVERGE **NON CONVERGE**

PERCHE':

2. Sia $F(x) = \int_2^x \frac{\cos t}{t^2 + t - 2} dt$. Dire se $F(x)$ ha asintoto orizzontale destro

 SI **NO**

PERCHE':

TEORIA. Sia A una matrice quadrata.

1. Definire la matrice esponenziale di A

2. Enunciare e dimostrare il teorema che caratterizza le soluzioni del sistema di equazioni differenziali $X' = AX$ mediante un'opportuna matrice esponenziale.

3. Dire a quale sistema di equazioni differenziali è equivalente l'equazione differenziale $x''' - 3x'' + 3x - 1 = (4t - 1)e^t$.