COGNOME e nome .... **Matricola** .... **Docente** ....

Simulazione di Analisi Matematica II **VERSIONE** B

27 aprile 2001

ESERCIZIO 1. Risolvere il seguente sistema di equazioni differenziali:

$$\frac{dX}{dt} = AX \qquad \text{dove} \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad X(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

ESERCIZIO 2.

E' data la serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1+n}{3^n(5+2^n)}\ x^n$$

1. Trovarne il raggio di convergenza e l'insieme I di convergenza, precisando il comportamento della serie negli estremi.

2. Provare che è possibile calcolare per serie l'integrale :

$$\int_0^1 \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1+n}{3^n(5+2^n)}\ x^n\ dx$$

3. Dire per quali $x \in \mathbb{R}$ è possibile calcolare per serie l'integrale:

$$\int_0^x \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1+n}{3^n(5+2^n)}\ t^n\ dt$$

e calcolarlo (per serie)

ESERCIZIO 3.

Data la funzione :

$$f(x, y) = \arcsin(x^2 + y^2 - 4x - 4y)$$

1. Descrivere algebricamente e rappresentare nel piano (Oxy) l'insieme D=Dom(f). Dire se D è aperto, chiuso (o nessuno dei due), connesso (per archi).

2. Descrivere e rappresentare nel piano (Oxy) gli insiemi di livello c della funzione , precisando i valori che c può assumere.

3. Dire se f è differenziabile nel punto $P_0 = (0, 4)$. In caso affermativo, scrivere la formula di Taylor di ordine 1 di f centrata in P_0.

4. Determinare (se esistono) i punti di stazionarietà di f

ESERCIZIO 4.

Sono dati gli gli insiemi:

$$A = \{z \in \mathbf{C} : \ 1 \leq |z| \leq 4\}$$

$$B = \{z \in \mathbf{C} : \mathrm{Re}(z) + \mathrm{Im}(z) > 0\}$$

$$R = \{z \in \mathbf{C} : \ iz^2 + (1+i)z + 1 = 0\}$$

1. Rappresentare A , B e R sul piano di Gauss .

2. Trovare gli elementi di $A \cap B \cap R$.

ESERCIZIO 5.

1. Discutere, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la convergenza del seguente integrale improprio : $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\arctan(t-1)}{t^k(\sqrt{t}-1)}\, dt$

2. Trovare il dominio e gli asintoti della funzione $F(x)$ definita da:

$$F(x) = \int_1^x \frac{\arctan(t-1)}{t(\sqrt{t}-1)}\, dt$$