

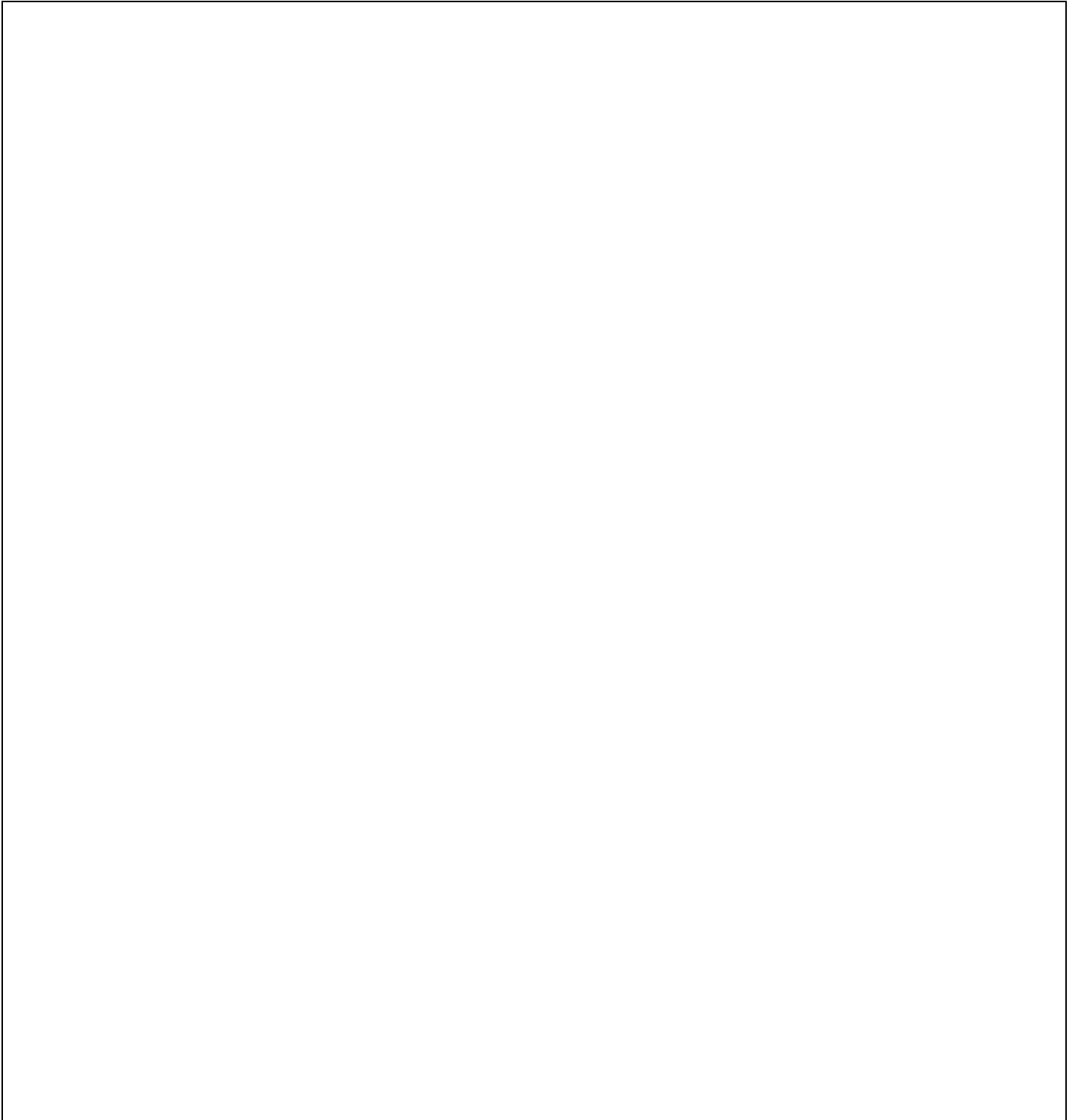
COMPLEMENTI DI ANALISI E CALCOLO DELLE PROBABILITA'
Modello di Compito

Esercizio 1 Data la funzione :

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t < 0 \\ 2t & \text{se } 0 \leq t \leq 1 \\ 2 & \text{se } 1 < t < 3 \\ 8 - 2t & \text{se } 3 \leq t \leq 4 \\ 0 & \text{se } t > 4. \end{cases}$$

1. verificare che la trasformata di Fourier del segnale $f(t)$ è :

$$\frac{2 e^{-4\pi i\nu}}{\pi^2 \nu^2} \sin(3\pi\nu) \sin(\pi\nu)$$



ESERCIZIO 2. Si consideri una coppia di variabili (X, Y) avente densità congiunta

$$f(x, y) = \begin{cases} \alpha x & \text{se } (x, y) \in S \\ 0 & \text{se } (x, y) \notin S, \end{cases}$$

dove $S = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 1 \leq x + y \leq 3, -1 \leq y - x \leq 1\}$.

1. si determini il valore da assegnare ad α affinché f sia una funzione di densità.

2. si calcolino le funzioni di ripartizione marginali di X ed Y rispettivamente.

3. si dica se X ed Y sono stocasticamente indipendenti e/o incorrelate.

4. si determini la probabilità che (X, Y) assuma valori in $A = [1, +\infty) \times [1, 2]$.

5. si determini la probabilità dell'evento $\{Y \geq 1\}$ condizionato a $\{X \geq 1\}$.

ESERCIZIO 3.

Una certa somma S_0 di denaro può essere investita in un titolo a reddito fisso oppure in azioni. Dopo un giorno la somma S_0 , se investita a reddito fisso, diventa αS_0 . Se invece viene investita in azioni essa diventa una quantità aleatoria S_1 che assume valore $1.2S_0$ con probabilità 0.6 oppure valore $0.9S_0$ con probabilità 0.4 .

1. si disegni la funzione di ripartizione di S_1 e se ne calcolino valore atteso e varianza.



Se viene investita in azioni, dopo n giorni la somma S_0 diventa

$$S_n = S_0 \prod_{i=1}^n X_i,$$

dove ogni X_i è una variabile con $P[X_i = 1.2] = 0.6$ e $P[X_i = 0.9] = 0.4$. Si suppongano le variabili X_i stocasticamente indipendenti.

2. si calcolino valore atteso e varianza di S_n .

