

## Metodi elettromagnetici

I campi elettromagnetici (e.m.) che investono un mezzo materiale dipendono da 3 proprietà fisiche diverse: la resistività elettrica, la costante dielettrica e la permeabilità magnetica, come si può facilmente dimostrare tramite le equazioni di Maxwell. Mentre la resistività elettrica e la permeabilità magnetica possono essere stimate con altri metodi (rispettivamente i metodi geoelettrici e la magnetometria), l'elettromagnetismo resta l'unico metodo per stimare la costante dielettrica, che infatti viene rilevata col ben noto georadar o GPR (Ground Probing Radar).

In realtà questi metodi hanno avuto il massimo sviluppo ed il massimo della fortuna proprio per l'esplorazione della resistività elettrica, in quanto ne permettono la misura sia in aree dove è difficile se non impossibile immettere corrente elettrica nel suolo tramite elettrodi, cioè aree particolarmente aride o desertiche o con suolo gelato -tundra, permafrost-, sia molto più rapidamente, in genere, della stessa tomografia (geo)elettrica. È anche possibile, in specifiche applicazioni, far misure con strumentazione eli- od avio-trasportata.

### Le equazioni di Maxwell

Come è noto dalla Fisica, le equazioni di Maxwell sono le seguenti:

$$\text{rot } \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

La prima è nota anche come equazione di Faraday-Neumann, la seconda come equazione di Ampère.  $E$ ,  $B$ ,  $H$ ,  $J$  e  $D$  sono rispettivamente i vettori campo elettrico, induzione magnetica, intensità del campo magnetico, densità di corrente (di conduzione), spostamento dielettrico e sono legati dalle relazioni:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

dove per l'appunto  $\epsilon$ ,  $\mu$  e  $\sigma (=1/\rho)$  sono rispettivamente la costante dielettrica assoluta, la permeabilità magnetica e la conducibilità elettrica del mezzo. Valgono inoltre le seguenti condizioni di continuità:

$$\text{div } \vec{D} = \delta$$

$$\text{div } \vec{B} = 0$$

$$\text{div } \vec{J} + \frac{\partial \delta}{\partial t} = 0$$

dove  $\delta$  è la densità della carica elettrica. In uno spazio neutro  $\delta=0$ .

In una quantità di applicazioni si usano campi dovuti a correnti alternate sinusoidali. Poiché in ogni caso si tratta di campi variabili e di ampiezza limitata, la loro evoluzione nel tempo sarà una funzione sintesi di una particolare serie di Fourier (discreta o continua) e quindi considerare una dipendenza dal tempo sinusoidale "monocromatica", cioè ad una sola frequenza  $f$  ( $\omega=2\pi f$ ), è perfettamente lecito. In tutta generalità:

$$\vec{F} = \vec{F}_0 e^{i\omega t}$$

In un mezzo privo di cariche elettriche libere e con sollecitazione armonica, le equazioni di cui sopra diventano:

$$\vec{\text{rot}} \vec{E} = -i\mu\omega\vec{H}$$

$$\vec{\text{rot}} \vec{H} = \sigma\vec{E} + i\omega\epsilon\vec{E}$$

$$\text{div}\vec{E} = 0$$

$$\text{div}\vec{H} = 0$$

$$\text{div}\vec{J} = 0$$

$$\vec{\text{rot}} \vec{\text{rot}} \vec{F} = \vec{\text{grad}} \text{div}\vec{F} - \nabla^2 \vec{F}$$

Applicando l'operatore rotore alle prime due e ricordando che:  
otterremo:

$$\vec{\text{rot}} \vec{\text{rot}} \vec{E} = \vec{\text{grad}} \text{div}\vec{E} - \nabla^2 \vec{E} = -\nabla^2 \vec{E} = -i\mu\omega \vec{\text{rot}} \vec{H} = -i\mu\omega(\sigma\vec{E} + i\omega\epsilon\vec{E})$$

$$\vec{\text{rot}} \vec{\text{rot}} \vec{H} = \vec{\text{grad}} \text{div}\vec{H} - \nabla^2 \vec{H} = -\nabla^2 \vec{H} = (\sigma + i\omega\epsilon) \vec{\text{rot}} \vec{E} = -(\sigma + i\omega\epsilon)i\mu\omega\vec{H}$$

cioè due equazioni differenziali in E ed H:

$$\nabla^2 \vec{E} - i\mu\omega\epsilon(\sigma + i\omega\epsilon)\vec{E} = 0$$

$$\nabla^2 \vec{H} - i\mu\omega\epsilon(\sigma + i\omega\epsilon)\vec{H} = 0$$

Posto  $k^2 = \mu\epsilon\omega^2 - i\mu\omega\sigma$ , si vede che si tratta di due equazioni differenziali lineari del secondo grado, le cui soluzioni generali sono:

$$\vec{E} = A_1 e^{-\sqrt{-k^2}r} + A_2 e^{\sqrt{-k^2}r}$$

$$\vec{H} = C_1 e^{-\sqrt{-k^2}r} + C_2 e^{\sqrt{-k^2}r}$$

dove  $A_1, A_2, C_1$  e  $C_2$  sono costanti da determinare in base alle condizioni al contorno. Poiché  $k$ , che viene detto "numero d'onda" è un numero complesso, sarà  $k = \alpha - i\beta$ , ed estraendo la radice di  $k^2$  si avrà:

$$\alpha = \omega \left[ \frac{\mu\epsilon}{2} \left( \sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon^2\omega^2}} + 1 \right) \right]^{1/2}$$

$$\beta = \omega \left[ \frac{\mu\epsilon}{2} \left( \sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon^2\omega^2}} - 1 \right) \right]^{1/2}$$

Esaminiamo ora i casi in cui

1.  $\sigma/(\epsilon\omega) > 1$  e
2.  $\sigma/(\epsilon\omega) < 1$ .

### Caso 1

Nel primo caso le correnti di conduzione prevalgono sulle correnti di spostamento ed  $\alpha$  e  $\beta$  si possono approssimare con:

$$\alpha = \beta \approx \sqrt{\frac{\mu\sigma\omega}{2}}$$

Di conseguenza, reintroducendo la dipendenza dal tempo  $e^{i\omega t}$ , ignorata finora in quanto a fattore comune, si ha ad es. per il campo elettrico  $E$ :

$$\vec{E} = (A_1 e^{-i(\alpha-i\beta)r} + A_2 e^{i(\alpha-i\beta)r}) e^{i\omega t} = A_1 e^{-i\sqrt{\frac{\mu\sigma\omega}{2}}r - \sqrt{\frac{\mu\sigma\omega}{2}}r} e^{i\omega t} + A_2 e^{i\sqrt{\frac{\mu\sigma\omega}{2}}r + \sqrt{\frac{\mu\sigma\omega}{2}}r} e^{i\omega t}$$

$$\vec{E} = A_1 e^{-\sqrt{\frac{\mu\sigma\omega}{2}}r} e^{i\omega t - i\sqrt{\frac{\mu\sigma\omega}{2}}r} + A_2 e^{\sqrt{\frac{\mu\sigma\omega}{2}}r} e^{i\omega t + i\sqrt{\frac{\mu\sigma\omega}{2}}r}$$

Le costanti  $A_1, A_2$  sono moltiplicate da due esponenziali reali, il primo convergente (va a 0 per  $r$  tendente all'infinito), il secondo divergente; pertanto in uno spazio conduttore la conservazione dell'energia impone che la costante d'integrazione  $A_2$  sia nulla. Rimane pertanto il solo termine con  $A_1$ , moltiplicato per un esponenziale reale decrescente con  $r$  e per un esponenziale complesso che

$$r = \frac{1}{\alpha} = \delta = \sqrt{\frac{2}{\mu\sigma\omega}}$$

contiene la dipendenza dalla distanza  $r$  e dal tempo  $t$  combinate insieme e quindi rappresenta un'onda e.m. che si propaga nel verso di  $r$  crescente, per la presenza del segno  $-$  (si veda la soluzione dell'equazione per la propagazione di un'onda elastica). Mentre si propaga l'onda si attenua, con costante di attenuazione  $\alpha$ . Quest'ultima si misura in  $m^{-1}$  e quindi il suo reciproco è una distanza. Per

il campo  $E$  si riduce a  $1/e$  rispetto al suo valore iniziale e  $\delta$  viene chiamata profondità pelle. La formula precedente descrive infatti il cosiddetto e ben noto "effetto pelle", in quanto in un mezzo conduttore il campo e.m. si attenua (viene assorbito) in proporzione alla frequenza ed alla conducibilità elettrica. Un mezzo più conduttivo infatti assorbe più rapidamente il campo di un mezzo più resistivo (che è più "trasparente") a parità di frequenza, mentre a parità di conducibilità elettrica il mezzo assorbe più rapidamente il campo a frequenza più elevata.

L'argomento dell'esponenziale complesso:

$$\omega t - \sqrt{\frac{\mu\sigma\omega}{2}}r$$

è la fase dell'onda e.m., che viaggia con velocità:

$$\frac{r}{t} = \frac{\omega}{\sqrt{\frac{\mu\sigma\omega}{2}}} = \sqrt{\frac{2\omega}{\mu\sigma}}$$

e dunque l'onda e.m. in questa approssimazione, oltre ad essere assorbita al ritmo di  $\delta$ , è dispersiva, in quanto la sua velocità dipende dalla frequenza stessa.

### Caso 2

In questo caso le correnti di spostamento prevalgono su quelle di conduzione e

$$\alpha \approx \omega \sqrt{\mu\epsilon}$$

$$\beta \approx 0$$

$$E = A_1 e^{i(\alpha - \omega \sqrt{\mu\epsilon}r)} e^{-\beta r}$$

La velocità di fase diviene:

$$\frac{r}{t} = \frac{\omega}{\omega\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$$

Ricordando che nel vuoto la velocità delle onde e.m.,  $c$ :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}},$$

tenuto conto che la permeabilità magnetica dei materiali è, salvo pochi casi (i minerali ferromagnetici), all'incirca uguale a quella del vuoto, e definita la costante dielettrica relativa come  $\epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0$ , si avrà:

La velocità in quest'approssimazione è quella ben nota della luce, divisa per la radice della costante dielettrica relativa. Ad es. per l'acqua  $\epsilon_r=81$  e quindi con facile calcolo  $v=c/9=3,33$  cm/ns. Questo è il regime di lavoro del cosiddetto georadar o GPR (Ground Probing Radar).

$$v \approx \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

### **Metodi e.m. a bassa frequenza.**

Il caso 1) è anche detto "a bassa frequenza" in quanto, per i valori più usuali della conducibilità elettrica nelle rocce che compongono la crosta superiore, tra  $10^{-3}$  e  $1$   $(\Omega\text{m})^{-1}$  (corrispondente a resistività  $\rho$  tra  $1000$  e  $1$   $\Omega\text{m}$ ), il rapporto  $\sigma/(\omega\epsilon)$  è  $\gg 1$  se  $\omega \ll 10^6$  rad/s. In questo caso le correnti di conduzione prevalgono sulle correnti di spostamento ed il campo e.m. si comporta come un campo "statico". Di conseguenza la proprietà elettrica chiave è, come in geoelettrica, la resistività elettrica.

Si usano distinguere due tipi di metodi, secondo che il prodotto tra il modulo del numero d'onda  $k$  e la distanza tra la sorgente (artificiale) del campo ed il ricevitore è  $|k|r \gg 1$  o  $|k|r \ll 1$ . In questo secondo caso si parla di metodi a basso numero d'induzione (Low Induction Number: LIN), mentre nel primo si parla di metodi ad "onda piana", in quanto la distanza  $r$  tra la sorgente ed il ricevitore è molto grande ( $r$  molto maggiore della lunghezza d'onda  $\lambda$  nel vuoto). Fa parte di questa famiglia la cosiddetta magnetotellurica, che studia il rapporto tra le variazioni del c.m.t. naturale a bassa frequenza (dal mHz a qualche migliaio di Hz) ed il campo elettrico parassita indotto nella Terra conduttrice. Questo rapporto è funzione della distribuzione della conducibilità elettrica nel sottosuolo. Il metodo, per l'enorme intervallo di frequenze disponibile (6-8 decadi), è in grado di rilevare la distribuzione della resistività elettrica da pochi m di profondità fino nel mantello terrestre ed è l'unico metodo non sismico in grado di esplorare quelle profondità. Un altro metodo della stessa famiglia, che utilizza il campo magnetico delle potenti stazioni radio VLF, viene per l'appunto chiamato "VLF".

Se l' $IN \ll 1$ , si ha tutta una serie di metodi e.m., basati sull'uso di varie combinazioni di bobine (dipoli magnetici) e correnti elettriche iniettate nel sottosuolo (dipoli elettrici) come sorgenti artificiali di campo magnetico variabile nel tempo e bobine riceventi, ciascuno adatto a scopi specifici, spesso eli- od avio-trasportati, e tutti rigorosamente brevettati. Sono questi infatti i metodi che hanno avuto la maggior fortuna per l'esplorazione mineraria in aree disagiate (la tundra canadese, scandinava o russo-siberiana, il deserto), dove per l'appunto non è possibile iniettare corrente elettrica e serve, date spesso le grandi estensioni, alta velocità d'indagine.

Il principio di questi metodi è intuitivamente, anche se non analiticamente, semplice (fig. 1).

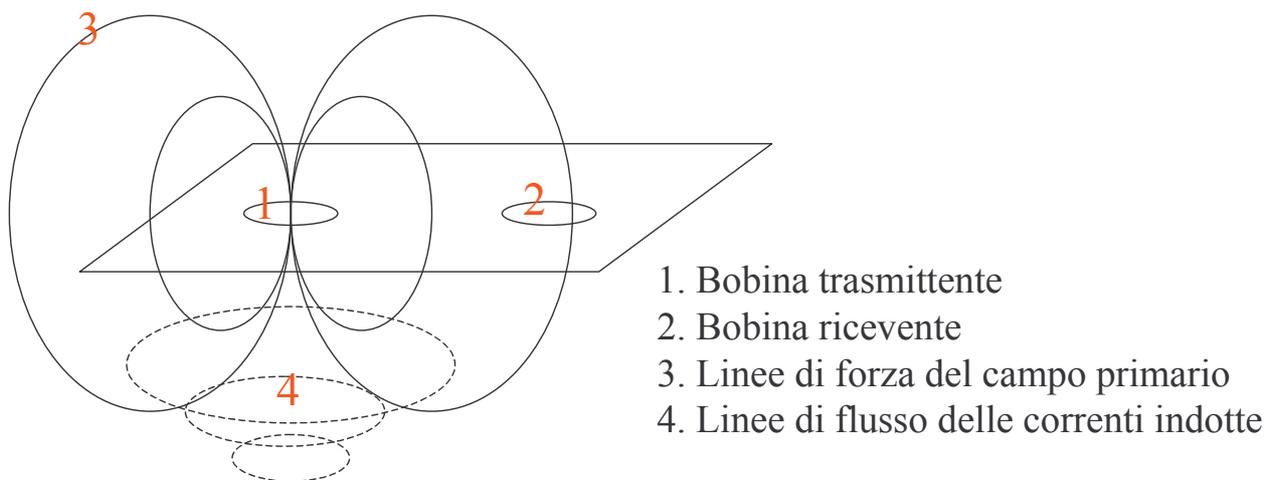


Fig. 1

Il campo primario  $H_p$ , generato dalla corrente sinusoidale  $I_p$  che circola nella bobina trasmittente, è dato da:

$$H_p = kI_p = kI_{p0} \sin(\omega t)$$

dove  $k$  dipende dalla geometria della bobina e dalla distanza della stessa (si ricordino dalla Fisica generale le formule del campo magnetico generato da una spira, da un filo indefinito...). La forza elettromotrice (f.e.m.)  $e_c$  indotta in un corpo conduttore nel sottosuolo è data da:

$$e_c = -M_{tc} \frac{dI_p}{dt} = -\omega M_{tc} I_{p0} \cos(\omega t) = \frac{-i\omega M_{tc} H_p}{k}$$

Nel termine di destra lo sfasamento di  $90^\circ$  dovuto alla derivazione è stato sostituito con l'unità immaginaria  $i$ . La f.e.m.  $e_c$  induce nel corpo conduttore una corrente parassita inversamente proporzionale alla sua resistenza  $r_c$  ed alla sua induttanza  $L$ :

$$i_c = \frac{e_c}{r_c + i\omega L}$$

Questa corrente produrrà a sua volta un campo magnetico secondario  $H_s$ :

$$H_s = -\frac{k' i\omega M_{tc} H_p}{k(r_c + i\omega L_c)}$$

che sarà registrato dalla spira ricevente, sovrapposto al primario.  $k'$  ha lo stesso significato di  $k$ . Posto  $Q = (\omega L_c)/r_c$ ,

$$H_s = -\frac{k' M_{tc} H_p (Q^2 + iQ)}{kL_c (1 + Q^2)}$$

Il campo secondario è quindi in anticipo di un angolo tra  $90^\circ$  e  $180^\circ$  rispetto al primario. Esso tende a  $180^\circ$  se la  $r_c$  tende a 0 (corpo buon conduttore), mentre tende a  $90^\circ$  nel caso contrario. L'ampiezza della componente in quadratura di fase è quindi una misura della resistenza (e perciò funzione della resistività) del corpo conduttore.

Tra le varie combinazioni sorgente-ricevitore vedremo brevemente i dispositivi bobina-bobina coplanare, detti anche "Slingram", nelle due configurazioni orizzontale (e corrispondente dipolo magnetico "sorgente" verticale: vertical dipole mode-VDM) e verticale (horizontal dipole mode-HDM).

### Strumentazione LIN "Slingram"

Tra questi sono particolarmente interessanti gli strumenti di piccole dimensioni, operabili da una o due persone. Esempi sono mostrati nella seguente Fig. 2.



Fig. 2: da sx a dx: modelli EM38, EM31 e EM34-3 di Geonics (Toronto, Canada).

Gli strumenti riportati in figura, scelti tra numerosi altri di altri costruttori, hanno le seguenti caratteristiche salienti:

Strumento	Frequenza	Distanza tra le spire
EM31	9800 Hz	3.7 m
EM34-3	6400,1600,400	7.5,15,30 m
EM38	13200 Hz	1 m

Da notare che le diverse distanze tra le spire, come le diverse frequenze, configurano diverse profondità d'indagine, nel primo caso perché la bobina ricevente posta a distanze diverse è eccitata da linee di forza del campo magnetico secondario generato da "loops" di corrente indotti a profondità diverse, nel secondo in accordo con l'effetto pelle. In particolare EM34-3 può essere utilizzato per ciascuna distanza alle tre diverse frequenze; in questo modo si ottengono valori di conducibilità apparente che si riferiscono a profondità d'indagine diverse. Si configura così la possibilità di eseguire veri e propri sondaggi di resistività, nel senso dei sondaggi elettrici verticali, semplicemente variando la distanza tra le spire (sondaggio geometrico) o variando la frequenza (sondaggio parametrico). Si può dimostrare infatti che se la distanza tra le spire, o bobine, dello strumento, è grande rispetto al loro diametro (almeno un fattore 5), allora la conducibilità elettrica  $\sigma$  di un semispazio conduttore omogeneo ed isotropo è data da:

$$\sigma = \text{Im} \left( \frac{H_s}{H_p} \right) \frac{4}{\mu \omega r^2}$$

Per un semispazio non omogeneo, la  $\sigma$  assume il significato di conducibilità apparente, cioè, come in geoelettrica, della conducibilità del semispazio omogeneo elettricamente equivalente per quella frequenza e per quella distanza tra le bobine, al semispazio investigato. Ciò pone quindi le premesse per l'esecuzione di sondaggi elettrici verticali utilizzando campi elettromagnetici alternati a frequenza variabile (metodo FDEM –Frequency Domain Electromagnetic Method). La conoscenza della soluzione del problema diretto della conducibilità apparente di un modello a n strati piani orizzontali, anche se molto più complicata dal punto di vista matematico di quella della geoelettrica, consente l'inversione di dati sperimentali (curve di conducibilità apparente in funzione della frequenza) mediante regressione non lineare ai minimi quadrati proprio come in geoelettrica (ovviamente utilizzando le formule analitiche dell'FDEM!). Inoltre, la modalità con la quale la corrente indotta viene fatta circolare nel sottosuolo, cioè mediante spire orizzontali, esclude il problema dell'anisotropia elettrica.

I già citati strumenti EM31 e EM38, a distanza e frequenza fisse, sono in grado di fornire un solo valore di conducibilità apparente. In realtà, la strumentazione Slingram ha una profondità d'indagine diversa secondo che si dispone la coppia di spire orizzontalmente o verticalmente. Nel primo caso, detto anche VDM-Vertical Dipole Mode, poichè il dipolo magnetico equivalente alla

bobina trasmittente è verticale, la profondità d'indagine è circa doppia, a parità di tutte le altre condizioni, del secondo, detto ovviamente HDM-Horizontal Dipole Mode e quindi si ottengono, con due passate, due valori di conducibilità apparente diversi, riferibili per l'appunto a profondità d'indagine diverse.

Quali sono i vantaggi e gli svantaggi del metodo FDEM? Al di là dell'ovvio, costituito dal non dover conficcare picchetti nel terreno, il più rilevante tra i vantaggi è la rapidità delle misure: un sondaggio multifrequenza realizzato con strumenti Slingram specificamente costruiti, come ad esempio il modello GEM300 di GSSI (Boston, USA, costruttore dei più noti georadar), impiega qualche secondo ad acquisire la conducibilità apparente in una gamma di frequenze scelta dall'operatore, cioè un vero e proprio sondaggio elettrico verticale.



Fig. 3: GEM300.

Un altro vantaggio è la portabilità: lo stesso GEM300 (v. figura) è uno strumento di dimensioni intermedie tra EM38 ed EM31 ed è quindi manovrabile da un solo operatore, escluse le operazioni topografiche. Si ottiene cioè un'alta produzione giornaliera a costi più contenuti di quelli della geoelettrica, anche dove questa può essere impiegata senza particolari ostacoli. Infine la profondità d'indagine è molto maggiore della distanza tra le spire (fino ad un fattore 10), a differenza della geoelettrica, la cui profondità d'indagine, come si ricorderà, è molto piccola in rapporto alla massima distanza del dispositivo quadripolare (non più di 1/5, in media).

Gli svantaggi: si riassumono in un minor potere risolutivo, tanto minore quanto maggiori sono le resistività presenti nel sottosuolo. L'efficacia dell'indagine FDEM cioè dipende, a differenza della geoelettrica, dalle condizioni del sottosuolo. Ciò costituisce la causa principale della sua minore fortuna nelle applicazioni ingegneristico-ambientali, salvo forse la prospezione di fenomeni di intrusione marina e di diffusione di fluidi altamente conduttivi (es. percolati da discariche in perdita), mentre tali metodi sono stati di fondamentale importanza per l'esplorazione delle risorse minerarie metalliche, anche in ambienti ostili (Canada settentrionale, Scandinavia, Siberia...), ogniqualevolta fossero presenti filoni o formazioni buone conduttrici.

### ***Il georadar***

Detto anche GPR, acronimo di "Ground Probing Radar", è forse il metodo non invasivo più noto e per questo più usato anche da personale non professionale (intendo non geofisico). Se per un verso questo ha portato ad un'ampia diffusione della strumentazione, e quindi alla diffusione del concetto di indagine non invasiva (purtroppo poco frequentato in Italia), anche grazie alle "performances" notevoli nelle circostanze favorevoli al suo impiego, per un altro ha portato a qualche delusione poiché, come ogni altro metodo geofisico, non può essere considerato una panacea. Personale non competente può infatti considerare l'eventuale insuccesso dell'indagine col georadar come l'insuccesso delle tecniche non invasive "tout court" e comunque può non essere in grado di operare la corretta scelta di acquisizione o di elaborazione dei dati.

Il principio del metodo si basa sulla propagazione delle onde elettromagnetiche (e.m.), generate artificialmente da un'opportuna antenna, nel sottosuolo o nel corpo da investigare a frequenze tali che  $\sigma \ll \epsilon \omega$  (caso 2). La condizione di cui sopra, che fisicamente rispecchia la prevalenza delle correnti di spostamento su quelle di conduzione, e che è necessaria per poter parlare di

“propagazione di un’onda”, è sufficientemente soddisfatta a partire da 50-100 MHz. Le antenne commerciali emettono infatti impulsi a frequenze in genere comprese tra 50 e 1500 MHz.

La propagazione delle onde e.m. nei mezzi materiali è però condizionata dal cosiddetto effetto pelle, quantificato dalla profondità pelle  $\delta$ , data da:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu\sigma\omega}}$$

che è la distanza, in m, alla quale l’ampiezza dell’onda si riduce a 1/e. L’attenuazione è infatti esponenziale e rappresenta l’assorbimento, tramite effetto Joule, dell’energia e.m.. Questo assorbimento è proporzionale sia alla frequenza che alla conducibilità elettrica. Ciò significa che data un’onda ad una certa frequenza, un mezzo più conduttore la assorbe più rapidamente di uno più resistivo e che nello stesso mezzo conduttore un’onda a frequenza minore viene assorbita di meno (e dunque può indagare più in profondità). Si arriva come si vede ad una contraddizione insuperabile in quanto profondità di investigazione o di indagine e potere risolutivo, inteso come la capacità di vedere distinti due oggetti, es. due superfici riflettenti (che è quindi proporzionale alla frequenza), sono esigenze opposte: si avrà la massima profondità d’indagine alla minima frequenza utilizzabile e la massima risoluzione spaziale alla massima frequenza.

Qualche numero può meglio esemplificare l’ordine dei problemi. Tenendo conto che l’attuale generazione di strumenti è in grado di registrare impulsi riflessi a profondità dell’ordine di 10 profondità pelle, supponiamo di avere un mezzo di conducibilità  $\sigma=10^{-3} (\Omega\text{m})^{-1}$  (una sabbia asciutta, un calcare) ed un’antenna a 100 MHz. In questo caso, con rapidi calcoli e posto  $\mu=4\pi \cdot 10^{-7}$  H/m,  $\delta=1.6$  m. Per la stessa frequenza, ma con  $\sigma=10^{-1} (\Omega\text{m})^{-1}$  (un’argilla satura in acqua dolce),  $\delta=0.16$  m soltanto, cioè la profondità d’indagine si riduce di un fattore 10.

Le indagini mediante georadar possono essere eseguite, in dipendenza dalle condizioni operative e dalle esigenze di progetto, sia per riflessione che per trasmissione. Nel primo caso l’antenna ricevente registrerà gli echi, o riflessioni, alle superfici di discontinuità della velocità delle onde e.m., o che è lo stesso, della costante dielettrica, mentre nel secondo caso si misurerà il tempo di percorrenza dell’onda tra l’antenna trasmittente e l’antenna ricevente. Ne seguono due percorsi di elaborazione dei dati e rappresentazione dei risultati del tutto diversi.

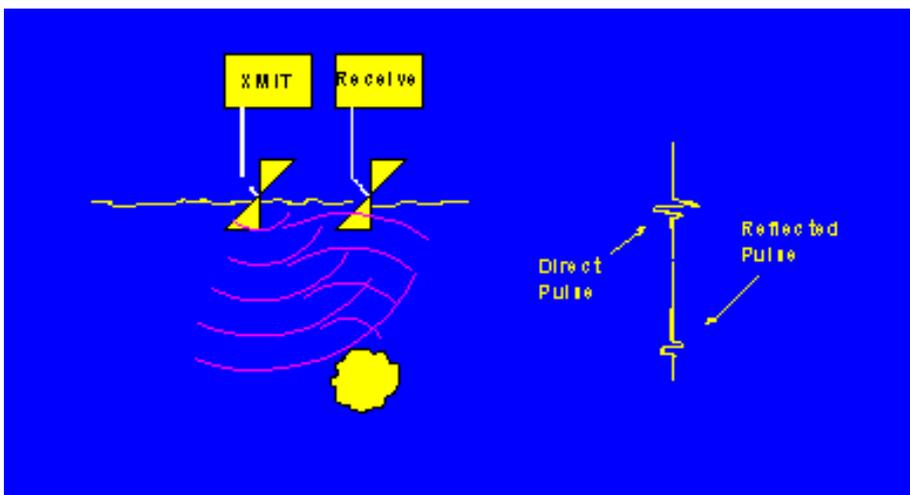


Fig. 1: principio del georadar (dal sito <http://www.georadar.com/>) per “riflessione”.

Nel primo caso, infatti, spesso ci si limita alla rappresentazione delle riflessioni, come ottenute sul campo, in un grafico distanza-tempo, senza ulteriori elaborazioni che non siano un’ottimizzazione dei colori od altri effetti puramente “cosmetici” (equalizzazione delle tracce, guadagno crescente nel tempo, per compensare l’attenuazione con la distanza). Nei casi più semplici e quando non è richiesta una valutazione precisa delle profondità degli orizzonti riflettenti,

ciò può bastare. In casi più complessi e/o quando si desidera una corretta distribuzione delle geometrie delle superfici riflettenti, occorre un'analisi più approfondita della velocità di propagazione dell'impulso e.m. all'interno dei vari mezzi attraversati. Ciò può essere ottenuto od analizzando le pendenze degli asintoti delle iperboli di diffrazione, ove presenti, come succede normalmente in corrispondenza di tubazioni metalliche sepolte (sottoservizi) ed operando un'opportuna operazione di "migrazione" od acquisendo i dati in copertura multipla, con diverse distanze tra l'antenna trasmittente e la ricevente. Va da sé che soprattutto in quest'ultimo caso l'elaborazione dei dati diviene particolarmente pesante e complessa ed esige una specifica preparazione, anche se sono disponibili vari pacchetti software commerciali, anche in ambiente Windows, che sono in grado di effettuare tutte le operazioni necessarie.

Le indagini per trasmissione, o, meno propriamente, per trasparenza, vengono invece eseguite secondo il principio della "tomografia". L'unico ostacolo è costituito dalla profondità pelle, anche se, rispetto alla riflessione, a parità di profondità pelle, si dispone di una profondità d'indagine doppia (l'onda e.m. non deve fare anche il percorso inverso). Il trattamento dei dati deve in questo caso arrivare a "stimare" la distribuzione delle velocità all'interno della sezione investigata. Il problema si risolve suddividendo la sezione investigata in una griglia di maglie (pixel), in genere rettangolari e con dimensioni fisse, non inferiori al diametro della prima zona di Fresnel (limite inferiore del potere risolutivo della tomografia per onde), ed imponendo che la differenza tra i tempi misurati ed i tempi calcolati per l'attraversamento della griglia, per ciascun raggio, sia minima. Si tratta di un non facile problema di regressione non lineare, per il quale sono state messe a punto varie strategie di soluzione. Anche in questo caso esistono vari software commerciali in grado di fornire l'informazione richiesta.

materiale	$\epsilon_r$	$v$ (cm/ns)
aria	1	30
Acqua dolce	80	3.3
Sabbia secca	4-6	12-15
Sabbia satura d'acqua	30	5.5
Argilla satura d'acqua	8-12	9-11
ghiaccio	3-5	13-17
granito	5	13
Rocce carbonatiche (calcarei, dolomie)	7-9	10-11
cemento	6.4	12

Tabella 1: costante dielettrica relativa  $\epsilon_r$  e velocità  $v$  di propagazione delle onde e.m. in alcuni mezzi materiali

### **Modalità operative**

L'uso del georadar nella prospezione del sottosuolo deve dunque essere attentamente valutato a tavolino in funzione del problema posto e delle conduttività elettriche o presenza di acqua (in genere coincidente con la cosiddetta tavola d'acqua, cioè la profondità al di sotto della quale i terreni sono saturi d'acqua). Nei casi più favorevoli la lunghezza d'onda è una piccola frazione della profondità pelle. Nell'esempio summenzionato era la metà; per conduttività elettriche più basse, come succede in generale nei materiali da costruzione (pietre, mattoni, cementi, asfalti) il rapporto è molto più piccolo. In generale la profondità d'indagine equivale a qualche profondità pelle. Nell'esempio citato si ha un'ampiezza leggibile dell'onda riflessa fino a 30-40 cm di profondità.

Ad ogni frequenza corrisponde un'antenna; le antenne che si trovano comunemente in commercio sono a 20, 50, 100, 200, 300, 400, 500 e 900 MHz e ad 1.5 GHz. Le misure possono essere eseguite in due modalità:

1. monostatica, con una sola antenna che funge da trasmittente e da ricevente,

2. bistatica, quando la funzione trasmittente e quella ricevente sono separate in due antenne distinte, poste ad una distanza prefissata (“offset”).

La modalità monostatica viene anche detta a “offset 0”. La scelta tra le due modalità è in genere legata alla difficoltà del problema da risolvere, ivi compresa la presenza di disturbi elettromagnetici nella banda di frequenze utilizzate. L’utilizzo della doppia antenna porta a risultati molto migliori, al prezzo di una molto più pesante elaborazione dei radargrammi di campagna.

### **Elaborazione e presentazione dei risultati**

Lo strumento, dopo aver inviato l’impulso all’antenna trasmittente, inizia immediatamente la registrazione degli “echi”, per una durata prefissata, legata alla profondità d’indagine, tenendo conto della velocità stimata delle formazioni presenti nel sottosuolo. Sempre in riferimento all’esempio della prospezione con un’ipotetica antenna a 1 GHz, se la massima profondità d’indagine è stimata in 50 cm e la velocità delle onde e.m. in  $10^8$  m/s (corrispondente ad una  $\epsilon_r$  di 9), il tempo di registrazione  $T=50 \text{ cm}/(10^8 \text{ m/s}) = 50$  nanosecondi (ns). Un impulso successivo che, essendo la frequenza 1 GHz, durerà 1 ns, può essere emesso alla fine della registrazione, cioè dopo 50 ns. Possono quindi essere emessi e registrati milioni di impulsi in un secondo. Sul radargramma, cioè sulla registrazione delle misure, una singola traccia sarà la somma di migliaia di eventi di trasmissione e ricezione elementari, con ciò migliorando di molto il rapporto segnale/rumore; avremo comunque la possibilità di acquisire migliaia di tracce “somma” al secondo.

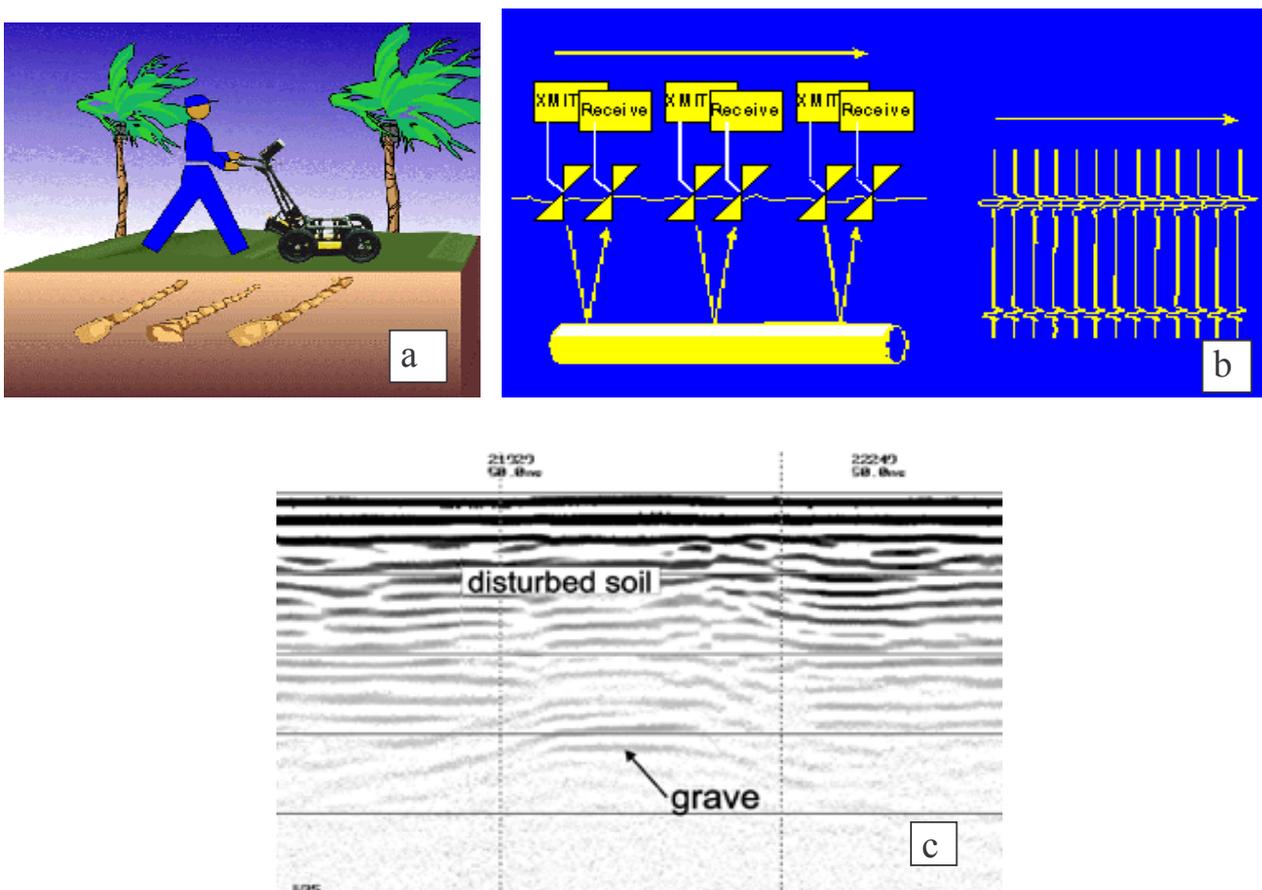


Fig. 2 (dai siti <http://www.georadar.com/> e <http://www.sensoft.on.ca/>): a: modalità di acquisizione sul terreno; b: formazione del radargramma; c: radargramma professionale. La caratteristica forma a strisce viene ottenuta annerendo le semionde positive e cancellando le semionde negative, nonché la stessa traccia quando è piatta. Nella rappresentazione a colori permangono le semionde negative, colorate in tinta diversa (es.: rosso/blu).

Trascinando l'antenna sul terreno con continuità, per esempio camminando o con un trattore (fig. 2a), si potrà acquisire un radargramma "continuo", dove tutte le molte migliaia di tracce somma vengono affiancate, in modo quasi indistinguibile l'una dall'altra (sono cioè molto "affollate"), così permettendo di inseguire visualmente, anche con una certa facilità, un orizzonte riflettente (Figg. 2b e 2c).

È stata proprio questa apparente facilità di interpretazione dei risultati del georadar che ha portato alla sua ampia diffusione ed alla sua notorietà. Si sarà però ben compreso che questo metodo d'indagine non è universale.

Permane un'ulteriore difficoltà. Il lettore ricorderà che il radargramma ha in ascissa la distanza lungo il profilo ed in ordinata ha il tempo, orientato positivamente verso il basso, proprio per suggerire fin da subito la struttura del sottosuolo. Quindi il radargramma è una sezione "in tempo", più precisamente "in tempo doppio" (all'inglese t.w.t., two way time), per l'andata ed il ritorno dell'impulso riflesso. Che fine ha fatto la profondità, che è senza dubbio il dato che interessa? In altri termini, che significato pratico può avere dire che un evento di riflessione si è registrato, per esempio, a 30 ns (twt)?

La profondità, o distanza dalla superficie, è funzione non solo del tempo di transito (nel caso 15 ns), ma anche della velocità del (dei) mezzo (i) attraversato (i). La velocità si stima per esempio ricorrendo alla tabella 1; ma occorre conoscere la natura dei mezzi attraversati (nonché l'eventuale presenza d'acqua). Ciò non sempre è possibile. Ci si domanda: può la stessa registrazione radar fornire un'informazione sulla velocità nei singoli mezzi attraversati? La risposta è ovviamente positiva e la soluzione generale del problema si ottiene utilizzando la modalità bistatica a copertura multipla, cioè ricoprendo il profilo di misura più volte con diversi offset.

Il lettore comprenderà facilmente che ciò comporta la necessità di gestire ed elaborare simultaneamente moli gigantesche di dati, con algoritmi solo in parte semplici, all'interno di una procedura lunga e complessa, che solo personale appositamente addestrato è in grado di gestire.

A maggior ragione si deve concludere che l'indagine georadar non è semplice come appare, almeno se si vuole una stima affidabile delle geometrie dei corpi sepolti.