

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI TRENTO
SCUOLA DI SPECIALIZZAZIONE ALL'INSEGNAMENTO SECONDARIO

INDIRIZZO SCIENTIFICO MATEMATICO FISICO INFORMATICO
classe A049 matematica e fisica

Unità didattica

LA CULTURA DEL CONTARE

Dott.ssa Luisa Montelli

Matricola 117027

Dott. Mario Sandri

Matricola 117039

Anno Accademico 2004/2005

INDICE DEI CONTENUTI

Pagina 3	Destinatari
Pagina 3	Prerequisiti
Pagina 3	Accertamento dei prerequisiti
Pagina 4	Obiettivi
Pagina 4	Obiettivi generali
Pagina 4	Obiettivi trasversali
Pagina 5	Obiettivi specifici
Pagina 5	Conoscenze (obiettivi cognitivi)
Pagina 5	Competenze (obiettivi operativi)
Pagina 5	Capacità (obiettivi metacognitivi)
Pagina 6	Sviluppo dei contenuti
Pagina 6	Introduzione
Pagina 11	La storia del contare
Pagina 18	Basi del contare e basi matematiche
Pagina 20	Le basi del contare oggi
Pagina 25	Metodologie didattiche
Pagina 25	Materiali e strumenti utilizzati
Pagina 26	Controllo dell'apprendimento
Pagina 26	Valutazione
Pagina 26	Recupero e approfondimento
Pagina 27	Tempi dell'intervento didattico
Pagina 27	Bibliografia

DESTINATARI

Questa unità didattica è rivolta a studenti del 2° anno di qualsiasi Liceo, in particolar modo del Liceo Scientifico, del Liceo Scientifico P.N.I., e degli Istituti Tecnici.

PREREQUISITI

- Conoscere il concetto di numero
- Saper contare
- Conoscere il concetto di contare
- Conoscere superficialmente la base 10
- Saper fare semplici calcoli in base 10
- Conoscere i fondamenti dell'informatica
- Conoscere i fondamenti della storia
- Conoscere i fondamenti di una lingua straniera
- Conoscere i concetti fondamentali della matematica

ACCERTAMENTO DEI PREREQUISITI

Questa unità didattica prevede che l'alunno abbia completamente acquisito nelle unità didattiche precedenti le conoscenze e le competenze sui concetti fondamentali della matematica, sull'operazione di contare in maniera intuitiva e naturale e sulle operazioni fondamentali che si possono fare con i numeri in base dieci, nonché su concetti fondamentali dell'informatica (come funziona un personal computer), della storia (cronistoria dei popoli antichi) e delle lingue (sapere come si esprimono i numeri nelle diverse lingue).

Come accertamento dei prerequisiti si accettano i risultati delle verifiche sommative delle unità didattiche precedenti, pur ritenendo necessario condurre una lezione dialogata, durante la quale l'insegnante verifica ulteriormente le conoscenze ponendo alcune domande opportune.

Alcuni punti essenziali e di strategica importanza sono da rivedere, integrare e rinforzare in classe, durante la prima ora dell'unità didattica, con modalità dialogica-interattiva. Gli studenti carenti in determinati argomenti, saranno invitati, entro la successiva lezione, a rivedere le tematiche in questione.

OBIETTIVI

Obiettivi generali

- Acquisire le conoscenze, competenze e capacità previste dall'unità didattica per l'argomento la cultura del contare
- Contribuire a sviluppare e soddisfare l'interesse degli studenti per la matematica, in generale, e per l'informatica, la storia e le lingue, in particolare
- Saper utilizzare consapevolmente procedure matematiche
- Riconoscere il contributo dato dalla matematica allo sviluppo delle scienze umanistiche
- Migliorare l'abilità di lettura storica evidenziando in tal senso anche capacità critiche
- Motivare gli alunni ad attività di studio teorico degli aspetti quotidiani della matematica
- Condurre ad un appropriato utilizzo del lessico specifico della matematica e a saper argomentare con proprietà di espressione e rigore logico
- Sviluppare il senso critico
- Acquisire un'adeguata conoscenza e comprensione dei contenuti proposti insieme alla consapevolezza del proprio stile di apprendimento
- Possedere e migliorare il metodo di studio
- Abituare ad un metodo autonomo di lavoro, consolidando la capacità progettuale ed organizzativa

Obiettivi trasversali

- Educare gli alunni ad un comportamento corretto e responsabile verso compagni ed insegnanti e al rispetto reciproco nei rapporti interpersonali
- Sviluppare attitudine alla comunicazione favorendo lo scambio di opinioni tra docente e allievo e tra allievi
- Proseguire ed ampliare il processo di preparazione scientifica e culturale degli studenti
- Contribuire a sviluppare lo spirito critico e l'attitudine a riesaminare criticamente ed a sistemare logicamente le conoscenze acquisite

Obiettivi specifici

Conoscenze (obiettivi cognitivi)

- conoscere il concetto di base
- conoscere la base 10 posizionale
- conoscere le basi attualmente in uso
- conoscere il contributo delle culture europee ed extra europee nella creazione del sistema decimale
- conoscere la storia e l'evoluzione dei diversi sistemi di contare
- conoscere come l'evoluzione del contare abbia influenzato altre discipline culturali

Competenze (obiettivi operativi)

- saper trasformare un numero da base generica B ad una base decimale e viceversa
- saper fare qualche semplice operazione in una base diversa da quella decimale
- saper utilizzare la base più appropriata in base al contesto
- saper riconoscere una base

Capacità (obiettivi metacognitivi)

- Riconoscere la stretta analogia tra matematica e scienze umanistiche
- Acquisire la capacità di leggere ed interpretare fenomeni del mondo reale, applicando le competenze matematiche, informatiche, storiche, linguistiche acquisite
- Essere in grado di riconoscere in contesti differenti la presenza di basi del contare diverse e i vari aspetti con esse connessi, utilizzando le conoscenze e competenze acquisite

SVILUPPO DEI CONTENUTI

INTRODUZIONE

Lo scopo di questa unità didattica è quella di valorizzare sia culture europee che extraeuropee per quanto riguarda le origini sia del contare sia del nostro sistema di numerazione decimale al fine di far capire che non c'è e non c'è stata e non ci sarà mai una sola cultura.

Facendo riferimento al *decreto legislativo del 19 febbraio 2004* che definisce il programma d'istruzione ministeriale per il biennio delle superiori, tale unità didattica può essere inserita nel programma di matematica di una seconda superiore di un qualsiasi liceo, con particolare riferimento al liceo scientifico sia normale che P.N.I., o di un istituto tecnico. Tale unità didattica può essere giustificata dal programma ministeriale, inserendola in quella che è la scrittura polinomiale di un numero, l'utilizzo delle potenze del 10 e soprattutto includendola in quelli che sono denotati come aspetti storici connessi alla matematica che nel decreto riportano, appunto, come esempio: *i sistemi di numerazione nella storia*. Grazie alla legge sull'Autonomia Scolastica con motivazioni date dall'uso del sistema binario nell'informatica e quindi dall'esistenza di diverse basi numeriche, si spiegheranno almeno la definizione e la conversione di alcune basi come quelle a base 2, 8, 16, etc. e a generica base B. Si spiegheranno qualche operazione nel sistema a base 2 e 16 in modo da rendere possibile il confronto con le stesse operazioni in base 10.

Generalmente tutti i ragazzi hanno un approccio veloce con il computer, ma non tutti si sono chiesti come questa tecnologia esegua le istruzioni, che avvengono appunto in base al sistema binario o a base 2 costituito da degli 0 e 1. Facendo leva su questa passione dei ragazzi, generalmente diffusa, si spiegherà tale sistema al fine di analizzarne la struttura posizionale, i vari metodi di conversione in una diversa base (metodo delle divisioni successive – metodo di Horner) e le principali operazioni.

Questa ultima parte dell'unità didattica potrebbe essere sviluppata anche nel laboratorio di informatica previsto nell'orario di matematica con la creazione di procedure in Pascal per la conversione da un sistema ad un altro oppure con l'utilizzo di Microsoft Excel per facilitarne i calcoli. L'introduzione di metodi diversi di numerazione o a base diversa, come quella binaria, ottale, esadecimale, etc. ed eventualmente a base generica B li porterà a riflettere sul sistema decimale come sistema posizionale e quindi come sistema efficace ed efficiente grazie alle sue semplici operazioni aritmetiche. Dopo una trattazione di questo tipo, il fine è quello di portare i ragazzi a chiedersi se la base 2 sia stata un'invenzione in tempi recenti o se era già conosciuta da qualche civiltà nel passato. Lo scopo, in generale, è quello di far riflettere su com'è nata l'esigenza

del contare, in altre parole se il modo abituale di contare è stato sempre lo stesso ed eventualmente com'è variato nel tempo grazie soprattutto agli influssi di altre civiltà. La trattazione di diverse basi numeriche diventa lo spunto per valorizzare culture sia europee che extraeuropee, per portare a riflettere sul fatto che quello che facciamo ed utilizziamo tutti i giorni non è stata una conquista immediata, e soprattutto il fatto che non è stato solo un frutto della civiltà europea. Questo aspetto storico dell'unità didattica si presta ad essere trattato anche in modo interdisciplinare, in quanto può essere ripreso e rafforzato in quelle che saranno le mappe concettuali dei ragazzi, ad esempio con gli insegnanti di storia per rafforzarne il contesto storico, di storia dell'arte per capire gli influssi della matematica nell'arte, di lingue per cogliere l'origine di determinate parole.

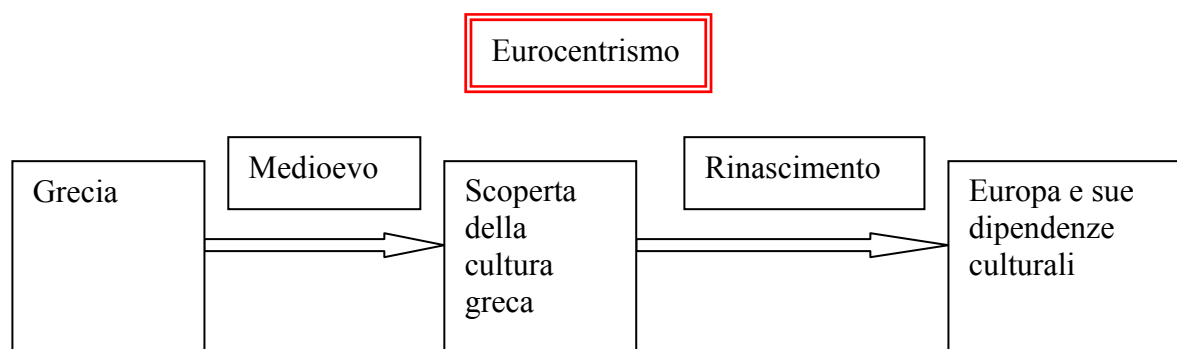
Nel caso del contare, bisogna tenere presente che nella storia le lingue si sono evolute prima oralmente, poi graficamente e in questa fase pre-grafica si sono diffusi i vari metodi di numerazione. Ad esempio, il sistema decimale si è diffuso prima nei principali centri culturalmente evoluti dell'Asia e poi a tutte le altre culture, per soddisfare esigenze di registrazione e di commercio. La rivisitazione storica della necessità del contare degli uomini, di cui si hanno delle tracce documentate grazie alla scoperta di reperti, e lo sviluppo di complicati metodi di conteggio o sistemi di numerazione legati a diverse necessità in diverse parti della Terra, dovrebbero portare a riflettere sull'idea diffusa e semplicista, ma errata, che l'Europa è stata la culla della cultura e della civiltà.

Questa unità didattica si vuole presentare sia come un approfondimento di tipo storico del contare, sia come un modo di avvicinarsi all'interculturalità, nel senso che si vuole valorizzare la differenza e sviluppare un senso critico nei confronti di quelli che possono essere gli stereotipi e i pregiudizi nei confronti delle culture soprattutto non europee. La società in cui viviamo è una società basata principalmente sul consumismo, quindi i messaggi più frequenti ed incombenti che giungono, portano a considerare come superiori quelle culture che hanno avuto uno sviluppo economico e tecnologico, mentre a ritenere sottosviluppate quelle in cui c'è povertà o con uno sviluppo modesto.

La tradizione giudaica-cristiana vedeva l'assoluta unità nel genere umano. Tale visione è entrata in crisi con il colonialismo (fin dalla "scoperta" dell'America) al fine di giustificare l'egemonia dei paesi colonialisti sul resto del mondo. A tale proposito, si può far riferimento all'antropologo francese Lucien Lévy-Bruhl, con la sua pubblicazione nel 1910, del libro "Le funzioni mentali nelle società inferiori" nel quale egli sosteneva l'esistenza di una netta demarcazione tra mente logica e mente "prelogica". Egli immaginava che le culture primitive fossero ovunque prelogiche, illetterate ed incapaci di comprendere semplici connettivi logici o di elaborare il concetto di numero nel senso moderno. Gli antropologi dell'epoca successiva

sottoposero a critica costante questa concezione semplicistica, che sembrava sopravvalutare l'importanza della tecnologia come elemento distintivo del valore intellettuale e troppo incline ad affermare, seppure implicitamente, la superiorità delle culture europee moderne. Questi preconcetti portarono a considerare l'evoluzione della matematica prima dei Greci, soprattutto in Egitto e in Mesopotamia, di scarsa importanza per la storia.

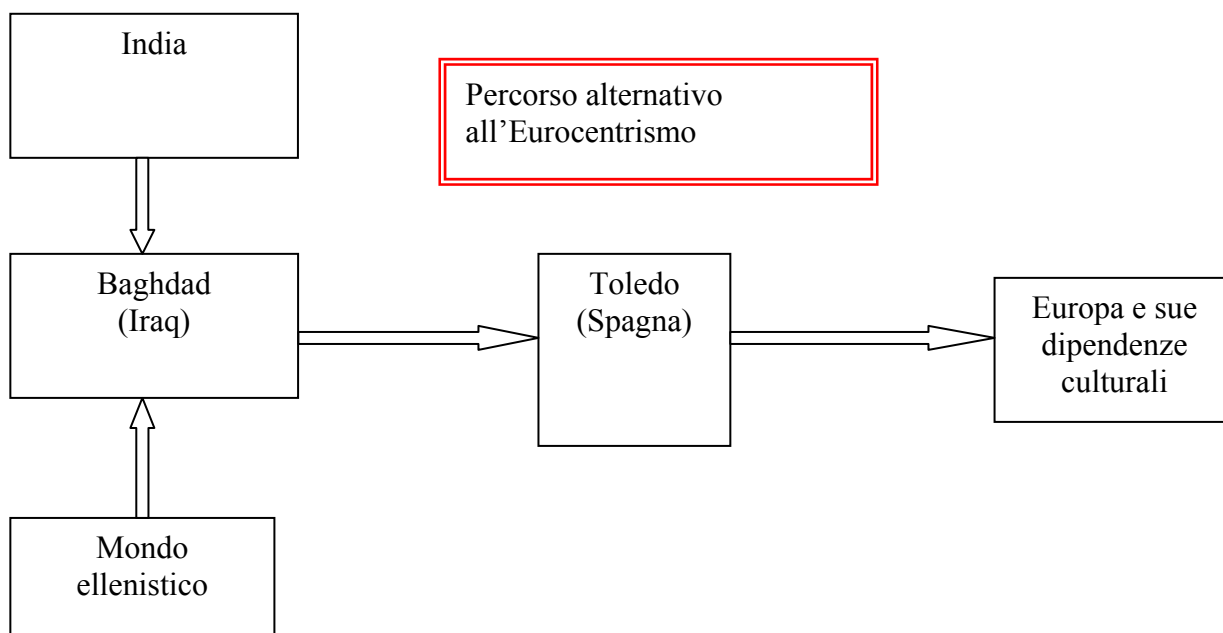
Lo schema seguente riassume la concezione eurocentrica dell'evoluzione della matematica nel corso dei secoli, in altre parole quella di considerare l'Europa la vera erede del “*miracolo greco*” di duemila anni prima e quindi l'unica a sviluppare la matematica.



Per disestare questa mentalità eurocentrista, basta ricordare che nel Medioevo, mentre l'Europa era discesa nell'oscurità per oltre cinque secoli per poi essere dissolta dalla luminosità del Rinascimento, in altre parti del mondo come, ad esempio, le zone di influenza araba, indiana e delle civiltà precolombiane l'attività dei matematici non si era interrotta, ma, anzi, stava ponendo le basi della moderna matematica.

La dottrina scientifica indiana fu scoperta dagli studiosi arabi e poi tradotta, affinata, sintetizzata e accresciuta nei diversi centri di studio, a cominciare dalla Persia nel VI secolo, per poi muoversi verso Baghdad, il Cairo, e arrivare a Toledo e Cordoba in Spagna. Questi furono i luoghi di partenza per l'espansione della cultura indiana in Europa occidentale. L'arabo Al-Khuwarizmi scrisse un libro, del quale rimane solamente una traduzione latina, “*Algorithmi de numero indorum*”, che spiegava il sistema numerico indiano. Mentre Al-Khuwarizmi si sforzava di mostrare le origini indiane del sistema numerico, le traduzioni successive attribuirono all'autore non solo la paternità del libro, ma anche delle idee in esso contenute. Di conseguenza, in Europa qualsiasi schema che faceva uso di questi numeri fu riconosciuto come “*alchorismus*” o, in seguito, “*algoritmo*” (una storpiatura del nome Al-Khuwarizmi), e i numeri stessi diventarono “numeri arabi”. Questi diversi scambi culturali possono essere riassunti nello schema seguente, che

evidenzia l'importanza dell'influsso delle culture Mesopotamica, Indiana ed Araba nello sviluppo della matematica.



Questi schemi possono essere proposti anche per far capire come nel passato ci furono intensi scambi culturali, dettati non solo da rapporti commerciali, ma anche dall'interesse nei confronti del sapere in generale. A questo proposito si può accennare come, secondo alcune fonti greche, Pitagora si fosse realmente avventurato in un paese lontano come l'India in cerca della conoscenza, probabilmente già consapevole che il sapere è sia apportatrice di luce sia di frutti.

Analizzando lo schema sopra, è possibile riflettere su quello che sono stati, sono e possono essere gli scambi interculturali, ovvero che, anche se non in modo immediato, essi possono portare ad un accrescimento culturale, prima con uno sviluppo di un senso di cittadinanza globale e poi come una crescita e miglioramento di quelle che sono le conoscenze in vari campi.

Il fatto che esista un destino comune è sottolineato anche da Matilde Callari Galli: *“ogni giorno di più i gruppi umani si legano gli uni agli altri in uno stesso rapporto d'interdipendenza che condiziona già il nostro presente e che condizionerà ancora di più il nostro futuro. Con questa consapevolezza di destino comune forse è possibile costruire un'educazione che valorizzi e rispetti l'alterità”* (Callari Galli, 1993, p.309).

C'è chi sostiene, anche, che non è vero che le culture siano poi così porose da consentire scambi e meticciamenti e che forse è necessario attrezzarsi per imparare a convivere tra entità fra loro incommensurabili. A tale proposito questa unità didattica si pone il fine di far riflettere su quelli che sono gli stereotipi che riguardano le altre culture, in particolare quelle non europee, che derivano principalmente da passati retaggi culturali dovuti a precise situazioni storiche. Portare a riflettere su

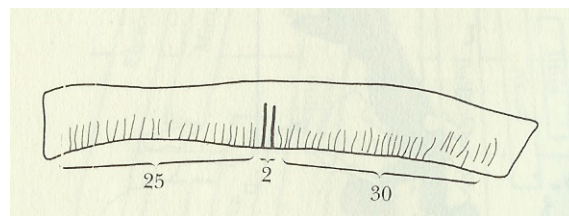
quelle che possono essere le fonti di determinate informazioni, servirà per la costruzione di un pensiero aperto, problematico, antidogmatico e libero da vincoli esterni per sfociare in quella che sarà per gli studenti una cittadinanza attiva e non passiva, in altre parole aperta alle problematiche del mondo quali la giustizia sociale, le nuove ineguaglianze, la pace, i diritti umani, l'ambiente e la sostenibilità del futuro. Fenomeni nuovi quali la globalizzazione, le migrazioni dal sud del mondo, le riflessioni sulla "governance" globale sono le nuove sfide dei sistemi democratici che intendono trovare una soluzione mediante la diffusione del concetto di cittadinanza. L'educazione alla cittadinanza è contenuta anche nelle *Indicazioni Nazionali per i Piani di Studio della Scuola Primaria e Secondaria* intesa però nel suo senso restrittivo di educazione civica, ovvero nell'educazione alla cittadinanza come convivenza democratica, come patrimonio comune di diritti-doveri e di regole per la convivenza civile.

Questo è un approccio conservatore, che non coglie le sfide delle nuove società e dei nuovi scenari globali. Una possibile soluzione può esser costituita da una cittadinanza attiva che può essere stimolata negli studenti anche con piccoli contributi come, ad esempio, cercare di farli ragionare per fargli cogliere i diversi aspetti delle più svariate situazioni e non a considerare gli "altri" come un impoverimento, ma come una ricchezza culturale.

LA STORIA DEL CONTARE (Luisa Montelli)

Noi siamo l'unica specie vivente sul pianeta Terra dotata di una memoria collettiva cosciente. I nostri più antichi antenati hanno abitato la Terra per più di due milioni di anni, ma la nostra specie, *Homo Sapiens*, sembra sia sulla scena da non più di 100.000 anni. Sull'origine del contare non c'è quasi nulla, quello che si può fare è analizzare i dati raccolti dagli antropologi per chiarire come la nozione di numero e il procedimento del contare abbiano avuto origine e si siano diffusi. Le più antiche testimonianze della pratica del contare si trovano tra i resti di piccoli gruppi di cacciatori e raccoglitori che esistevano molto tempo prima dei primi grandi centri di civiltà come quella egizia, indiana, cinese, araba.

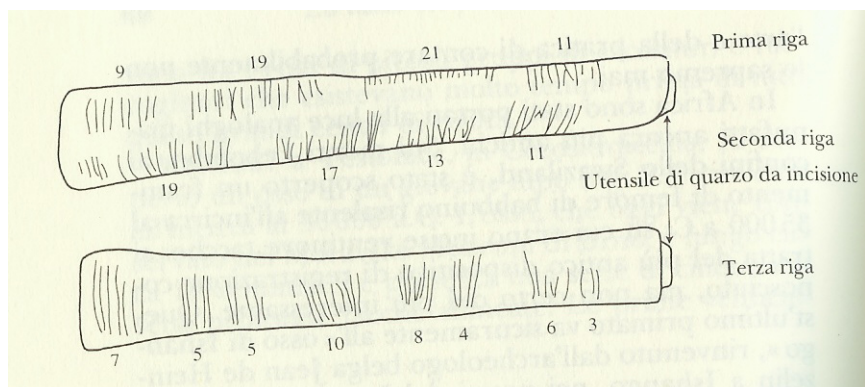
Nel 1937 a Vestonice in Cecoslovacchia, fu scoperto un osso di un giovane lupo, risalente all'incirca al 30.000 a.C. Tale reperto è conservato nel Morovské Muzeum di Brno, è lungo circa 18 cm e presenta una serie di 57 profonde tacche allineate. Le prime 25 sono riunite in gruppi di 5 ed hanno tutte la stessa lunghezza; questa serie è delimitata da una tacca lunga il doppio delle altre. Inizia poi un'altra serie di 30 tacche brevi, preceduta da una seconda tacca più lunga. Questo straordinario reperto indica una certa intenzionalità nel raggruppamento a 5 a 5, senza dubbio ispirato dalle dita della mano: si può presumere che le tacche fossero registrazioni delle prede uccise dal cacciatore. Sulla cultura che creò questo sistema di registrazione si sa ben poco d'altro, a parte il fatto che era in grado di produrre immagini artistiche.



Serie di tacche incise sull'osso di lupo di epoca paleolitica scoperto a Vestonice da Karl Absolon nel 1937. Le incisioni furono eseguite all'incirca nel 30000 a.C.

In Africa sono stati portati alla luce analoghi manufatti ancora più antichi. Sui monti Lebombo, ai confini dello Swaziland, è stato scoperto un frammento di femore di babuino risalente circa al 35.000 a.C. su cui sono incise 29 tacche. Si tratta del più antico dispositivo di registrazione conosciuto. Il reperto più interessante è invece "l'osso di Ishango", rinvenuto dall'archeologo belga Jean de Henzelin a Ishango, nei pressi del lago Edoardo sui monti prossimi al confine tra Zaire e Uganda. Intorno al 9000 a.C., per un periodo non più lungo di qualche secolo, le sponde di quel lago ospitarono una piccola comunità di agricoltori e pescatori, che alla fine fu cancellata da

un'eruzione vulcanica. I segni sull'*osso di Ishango*, consistono in una serie di incisioni disposte su tre colonne distinte. Il raggruppamento asimmetrico delle incisioni, rende improbabile il fatto che siano state disposte in questo modo, semplicemente a scopo decorativo; una spiegazione ovvia è che fossero semplicemente segni per contare. De Heinzelin (1962), l'archeologo che collaborò allo scavo dell'*osso di Ishango*, scrisse che l'osso poteva rappresentare un gioco aritmetico particolare, ideato da una popolazione che aveva una conoscenza del sistema numerico in base 10, della duplicazione e dei numeri primi. In base alla prova concreta della trasmissione a nord, verso i confini con l'Egitto, degli attrezzi di Ishango, come le punte per fiocine, de Heinzelin prese in considerazione la possibilità che il sistema numerico Ishango avesse viaggiato raggiungendo il lontano Egitto e avesse influenzato l'evoluzione di quello che fu il primo sistema decimale del mondo. Le origini africane della civiltà egizia sono provate da testimonianze archeologiche e antichi documenti. Un'ipotesi risolutiva, più diffusa negli ambienti culturali, sull'enigma dell'*osso di Ishango* attribuisce ai segni sull'osso un sistema di notazione sequenziale, ovvero una registrazione delle diverse fasi lunari. Esse erano determinanti per il calcolo dell'inizio delle stagioni di secca e di pioggia, ovvero per la discesa della popolazione sulle rive del lago o per la loro salita in postazioni più elevate al fine di garantirne la sopravvivenza. Lo stretto legame tra la matematica e l'astronomia ha una lunga storia ed è legato al bisogno di annotare lo scorrere del tempo per desiderio di sapere e anche per necessità pratiche.



Vista delle due parti del manico d'osso dell'utensile rinvenuto da Jean de Heinzelin a Ishango, nei pressi del Lago Edoardo, in Africa. In origine all'estremità destra sarebbe stato fossato un utensile di quarzo più grande. Le incisioni sono disposte su tre righe, in gruppi. Risalgono al 9000 a.C. circa.

Come prova contraria sull'onnipresenza nell'intuizione umana dei numeri, si possono considerare alcuni esempi di gruppi umani primitivi che non sanno contare oltre il due e non hanno alcun senso sviluppato dei numeri. Alcune tribù aborigene dell'Australia dispongono di parole

soltanto per le quantità “*uno*” e “*due*” tutte le quantità maggiori sono espresse con un termine che ha il significato di “*molti*”.

Nella prima metà del XX secolo, i primi studi antropologici sui Boscimani del Kalahari misero in luce un’ interessante situazione che era un po’ più evoluta: esistevano parole per i numeri fino a cinque ma non altre, e gli indigeni interrogati non erano in grado di descrivere quantità maggiori di 5. In Nuova Guinea, in alcune zone dell’ America Meridionale e dell’ Africa questo sistema è stato leggermente sviluppato con l’ espediente della ripetizione, ovvero non vi sono parole specifiche per i numeri maggiori di due, ma è possibile esprimerli mediante giustapposizioni del tipo “due-uno”, “due-due”, “due-due-uno”. Infine, gli indio Botocoudo del Brasile hanno termini per i numeri fino al 4 e poi usano una parola che significa “moltissimi”, e nel pronunciarla indicano i propri capelli per sottolineare il concetto che, al di là del numero 4, le cose diventano innumerevoli come i capelli che hanno in testa.

E’ alquanto diffusa l’ opinione che le culture che contano fino a qualche numero assai basso non possono essere considerate capaci di contare davvero, in quanto non sono in grado di descrivere in modo sistematico una successione crescente di quantità, ma utilizzano degli aggettivi per descrivere certi stati di cose. Nonostante questo essi riescono benissimo a mantenere tutti i loro possedimenti dato che si tratta di un problema fondamentale per la loro sopravvivenza. Per verificare se i numeri sono utilizzati come etichette piuttosto che come elementi di una successione, basta esaminare le parole utilizzate per esprimere l’ aspetto cardinale e ordinale dei numeri. La distinzione tra numeri cardinali ed ordinali costituisce un passaggio fondamentale nello sviluppo della riflessione sull’ enumerazione dell’ uomo. Si tratta del primo passo verso una concezione astratta dell’ essenza del contare. Analizzando i vari linguaggi si è notato che i numeri sono collegati anche alle forme grammaticali delle cose che si contano e una linea di demarcazione tra cardinali ed ordinali sembra sussistere al 4, forse perché in una mano abbiamo 4 dita più il pollice, che a causa della sua posizione non viene considerato. L’ uso delle dita della mano per contare ha fatto sì che in molte culture antiche si sviluppasse quella che è la base 4, ad esempio i Cumus della California contano fino a 16 usando la base 4, ma poi adottano la base 20 per i numeri maggiori. Oltre alla distinzione tra numeri cardinali ed ordinali è bene distinguere anche tra il semplice senso del numero e la capacità di contare. Dando uno sguardo ad una piccola quantità (generalmente da 1 ad un massimo di 5) si riesce a rendersi immediatamente conto del numero di oggetti presenti, mentre per oggetti più numerosi, questa capacità viene meno e per sapere quanti sono si deve ricorrere all’ operazione consapevole di contarli. Una soglia analoga per il senso del numero la si trova in alcuni animali, quando si accorgono immediatamente della mancanza di uno dei loro cuccioli o di un pezzo di cibo, se il numero iniziale è abbastanza piccolo.

La prima tecnica di conteggio che si può far risalire alle culture più primitive che svilupparono un effettivo senso del numero, consiste nel principio di corrispondenza, ovvero nel confrontare un insieme di oggetti con un altro. Ad esempio i pastori che rientravano di sera con i loro capi, potevano controllare di averne ancora lo stesso numero ponendo a parte un sasso per ogni bestia. Una testimonianza dell'uso dei sassi per la registrazione è rimasta nella parola "*calcolare*" che deriva dal latino *calculus* = *ciottolo*. Tra tutte le altre prove di tale tecnica si può citare il ritrovamento nel 1929, tra le rovine del palazzo di Nuzi del XV secolo a.C. in Iraq, di un piccolo recipiente arrotondato di argilla recante all'esterno un'iscrizione cuneiforme che descriveva l'ammontare di diversi capi di bestiame per un numero totale pari al numero di palline di argilla contenute al suo interno. L'iscrizione sul recipiente era una registrazione che serviva al contabile per sapere quali animali fossero stati assegnati ai pastori che dovevano riconoscerli pari al numero di ciottoli presenti all'interno del recipiente. L'oggetto funzionava come una sorta di ricevuta: l'iscrizione esterna era per il proprietario, il contenuto per i pastori. Probabilmente dato che i primi metodi di comunicazione si basarono sui gesti, è facile immaginare che la comunicazione di una certa quantità sia passata attraverso il segno con un certo numero di dita.

Qualcuno si è spinto ad affermare che "*ovunque esista una qualsiasi tecnica di conteggio, si è trovato che il contare sulle dita delle mani o l'ha preceduta o l'ha accompagnata*", ad esempio la parola cinque in alcune lingue è ancora riconducibile alla parola che indica la mano. L'uso delle dita delle mani e dei piedi è strettamente connesso con la base utilizzata da coloro che per primi cominciarono a contare. Nonostante la pratica del contare sulle dita sia universale, c'è una singolare variabilità della sequenza dei movimenti delle dita che accompagnano il contare. In Occidente si parte con la mano destra chiusa aprendo un dito dopo l'altro, mentre in Giappone si comincia con la mano aperta e si piegano le dita in successione.

La tecnica di contare sulle dita è particolarmente interessante perché sembra essere in qualche modo collegata alla "*base*" che viene utilizzata per costruire l'aritmetica. Il sistema in base 2 era piuttosto diffuso in tutto il mondo, ma nella maggior parte dei luoghi venne soppiantato da sistemi di numerazione più efficienti. In Africa è presente soltanto tra la cultura più antica del continente quale quella dei Boscimani dove per rappresentare numeri più grandi del 2 usano combinazioni delle cifre 1 e 2, ad esempio il numero 5 sarà espresso come la successione 2-2-1. La base 2 era nota anche ai Sumeri nel 3000 a.C. i quali usavano una serie di tre numerali che significavano "uomo", "donna" e "molti".

Alcuni storici quali Seidenberg sostengono che la pratica del contare abbia origine anche da antichi riti pagani quali il tema della "fecondità" della massima importanza nel mondo antico. Il presentarsi del maschio e della femmina in coppie ha offerto, secondo lo storico, lo spunto alla

numerazione in base 2, diffusa in ogni parte della Terra, con una priorità sui sistemi di conteggio sulle dita. Forse è dovuta anche all'antico tema della fecondità sia l'attribuzione di un sesso ai numeri, (lo stesso Pitagora considerava femminili i numeri pari e maschili i numeri dispari), sia la superstizione sui numeri pari e dispari.

L'invenzione del conteggio sistematico sulle dita aprì la via alla sostituzione dei sistemi di numerazione in base 2 con altri basati sul 5, sul 10 o sul 20. I Maya tra il 300 e il 900 d.C. svilupparono un sistema di numerazione posizionale a base 20. Si servivano di un punto per rappresentare l'uno e di una linea orizzontale per il cinque:

...	...	—
	—	—
3	8	10

I numeri maggiori venivano rappresentati con tali simboli in colonne, con le unità nella riga inferiore, le ventine nella riga sovrastante, gli insiemi di 360 in quella ancora sopra, quelli di 7200 nella successiva e così via. Per loro era fondamentale da un punto di vista religioso il calcolo di date molto grandi, visto che nel loro calendario ogni data faceva riferimento alla nascita della loro civiltà avvenuta migliaia di anni prima. La raffinatezza del loro sistema di calcolo era sbalorditiva dato che per loro l'anno solare aveva una durata di 365,242 giorni con un errore di soli 1,98 decimillesimi di giorno rispetto alla durata astronomica vera. Dato che il loro sistema di numerazione era posizionale per evitare delle ambiguità introdussero quello che è una specie di spazio vuoto o zero rappresentato da un occhio chiuso, con il significato però di *assenza di cifre* e per la necessità di una scrittura armoniosa richiesta anche da un punto di vista religioso.

I Babilonesi nel 2000 a.C. furono i primi ad ideare un sistema di numerazione posizionale, ovvero un sistema in cui le cifre assumono un particolare valore secondo la posizione che occupano. Il sistema posizionale rende semplice e comoda l'esecuzione delle operazioni aritmetiche. Ad esempio i numeri romani non sono organizzati secondo un sistema posizionale e le semplici operazioni di somma risultano essere non eseguibili dato che per farle prima bisogna eseguirle con qualche altro sistema di numerazione e poi trasformarle in un numero romano:

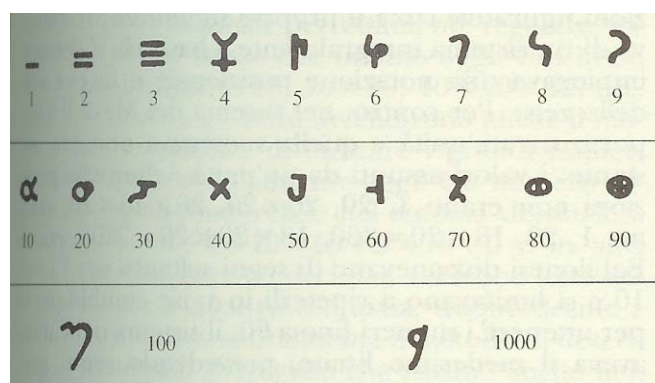
Esempio: XXIII	23 +
VI	6
—	—
XXIX	29

Il sistema babilonese sessagesimale si serviva di 59 simboli ottenuti con la combinazione di due sole forme che lo stilo a forma di cuneo poteva incidere nelle tavolette di argilla. Tutti i numeri minori della base 60 venivano scritti impiegando l'addizione di simboli ma non con l'idea di posizionalità, mentre i numeri maggiori di 60 venivano scritti utilizzando il metodo posizionale. In un sistema posizionale si deve avere anche il modo di sapere quando non ci sono delle cifre in una determinata posizione per non avere delle ambiguità (es. $11 \neq 101$). Tale problema fu risolto dai Babilonesi con un simbolo che indicava lo spazio vuoto, ovvero l'introduzione per la prima volta in un sistema numerico dello 0, anche se non aveva ancora il suo concetto astratto di *nulla*! Il sistema babilonese fu ereditato dagli astronomi greci che introdussero un piccolo cerchio per indicare lo 0; e come gli ebrei e gli arabi sostituirono i vari simboli cuneiformi con forme modificate delle diverse lettere dell'alfabeto. Le nostre misure del tempo in termini di minuti e secondi si basano sul medesimo sistema sessagesimale. Abbiamo ereditato questi sistemi dai greci, che a loro volta li trassero dall'antica tradizione babilonese.

Il sistema di numerazione a base 10 che si impiega oggi nel mondo occidentale deriva dalle antiche culture indù sorte nel 3000 a.C. La reale potenza del sistema posizionale di origine indiana derivava dal fatto che esso combinava 4 caratteristiche vantaggiose:

1. per i numeri da 1 a 9 c'erano simboli univoci totalmente astratti senza fornire informazioni figurative circa il proprio significato
2. si trattava di un sistema integralmente a base 10
3. impiegava una notazione posizionale, dove il rapporto tra un unità e quella successiva era costante all'incontrario ad esempio del sistema babilonese dove i valori assunti da un unità nelle varie posizioni erano: 1, 20, $18 \times 20 = 360$, $18 \times 20 \times 20 = 7200$, etc.
4. faceva uso dello 0 associato fin dall'inizio al concetto di nulla in senso astratto. Lo 0 rappresentava sia lo spazio vuoto nel sistema di numerazione sia il risultato dell'operazione $10 - 10$. Si può considerare l'evoluzione terminologica della parola zero nelle diverse culture: in indiano 0 è *sunya*, in arabo *as-sifr* con il significato per entrambi di vuoto, in latino medioevale la parola *raba* divenne *zefirum* o *cefirum*, in italiano si trasformò gradualmente da *zefiro* a *zefro* a *severo* (dialetto veneziano) e poi diventò il nostro zero. Con la creazione dello 0 si può pensare che l'introduzione dei numeri negativi sia un passo spontaneo. In realtà, mentre gli antichi cinesi, indù ed arabi li trattarono distinguendoli dagli altri numeri, in Europa furono considerati solo molto più tardi da Leonardo Fibonacci a proposito di problemi finanziari. Gli Indù inventarono anche il modo rapido e semplice di indicare grandi numeri nello stesso modo che li rappresentiamo oggi; per quanto possa apparire semplice, questa strategia non fu mai inventata in alcun altro luogo. Il sistema di

numerazione indiano ha rappresentato l'innovazione intellettuale di maggior successo che sia mai stata fatta sul nostro pianeta. Esso si è diffuso ed è stato adottato quasi universalmente, su scala assai più ampia perfino dell'alfabeto fenicio da cui derivano le lettere che oggi utilizziamo, e costituisce quanto di più prossimo abbiamo ad un linguaggio universale. Ogni volta che il sistema di numerazione indiano è entrato in contatto con un altro qualsiasi, il risultato è stato l'adozione del sistema indiano, con al più una diversa serie di nomi per i simboli. La scrittura araba si legge da destra a sinistra, nonostante questo la convenzione indiana di leggere i numeri da sinistra a destra è stata mantenuta. La diffusione del sistema di numerazione indo-arabo in Europa fu dovuta allo studioso francese Gerberto d'Aurillac (945-1003) che trascorse buona parte della gioventù in Spagna dove studiò la scienza e la matematica degli arabi. Egli estese come insegnante tali conoscenze a generazioni di studiosi di teologia a Reims. Secondo la tradizione, egli avrebbe introdotto i numerali indo-arabi che poi si diffusero in tutta Europa, non in forma scritta ma tramite la pratica di insegnare a contare per mezzo di un *abaco*, chiamato *tavoletta calcolatrice romana*. Un rallentamento alla diffusione fu dovuto alle possibili frodi che si potevano fare con tale sistema di numerazione, quale l'aggiunta di numeri aumentandone il valore o la modifica dello 0 in un 6 o in un 9. Nel 1300 a Firenze fu approvata una legge che ne proibiva l'uso in contratti ed altri documenti ufficiali, favorendo l'uso dello scomodo ed antiquato metodo dei numeri romani. Nel corso del quattordicesimo secolo le crescenti esigenze di calcolo complessi da parte della scienza e la più ampia disponibilità di carta su cui si potevano eseguire i calcoli come su un abaco, favorirono in modo sempre più ampio il sistema indo-arabo.



Antica forma dei simboli numerici indiani nella scrittura brahmanica. Da questi sono derivati i simboli numerici che noi usiamo.

BASI DEL CONTARE E BASI MATEMATICHE (Mario Sandri)

La tecnica di contare sulle dita è particolarmente interessante perché sembra essere in qualche modo collegata alla *base* che viene utilizzata per costruire l'aritmetica. È certo possibile contare indefinitamente usando per ogni nuovo numero una parola diversa, ma questo è un sistema scomodo e poco efficiente, che in breve finisce per sovraccaricare la memoria oltre le sue possibilità. È assai più pratico prendere una certa quantità come unità collettiva. Per esempio, si potrebbe contare cinque pecore sulle dita di una mano, per poi ricominciare a contare ancora sulla stessa mano, usando le dita dell'altra mano per tener il conto dei gruppi di cinque.

Questa idea è fondamentale per tutti i sistemi di numerazione; il numero che definisce l'entità dell'unità collettiva è chiamato *base* del sistema di numerazione: il nostro sistema decimale usa come base il 10. Questa è una scelta molto comune, derivante dal fatto che abbiamo dieci dita utilizzabili per il conteggio preliminare prima che si renda necessario cominciare a tenere il conto anche delle unità collettive. Ma non sempre si è usato per contare il sistema in base 10.

Tuttavia è importante sottolineare anche il significato di *base numerica* nel linguaggio attuale matematico. Per *base*, in matematica, si intende un *gruppo di elementi tutti distinti dai quali è possibile ricavare qualsiasi altro elemento*. Per esempio la nostra base dieci è formata dai seguenti simboli 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 0. Tali simboli, come tutti sanno, sono dieci e con essi è possibile scrivere un qualsiasi numero. Questa, oltre ad essere una base di numerazione, è anche una base matematica a tutti gli effetti.

Prendendo in esame le civiltà antiche e le culture tribali del mondo antico si trova una varietà sorprendente di sistemi di numerazione. La differenza fondamentale tra essi è proprio la base scelta: risulta però che, praticamente con qualche eccezione (gruppi che contano in base 4 e 8), i sistemi di numerazione derivano soltanto dall'uso delle basi 2, 5, 10, 20 e 60.

Se la base del sistema numerico è B , un sistema codificato di simboli, come quelli *additivi* usati nell'antico Egitto e agli inizi dell'antica Grecia, utilizza simboli differenti per denotare i numeri:

$$1, 2, 3, \dots, B-1, B, 2B, 3B, \dots, B(B-1), B^2, 2B^2, 3B^2, \dots, B^2(B-1), \dots$$

Un sistema *moltiplicativo*, come quello usato dai Cinesi, è più economico e richiede simboli distinti soltanto per i numeri

$$1, 2, 3, \dots, B-1, B, B^2, B^3, \dots$$

Il sistema *posizionale* adottato in India è ancora più economico e richiede soltanto B simboli distinti (compreso lo zero)

$$0, 1, 2, 3, \dots, B-1$$

Qualunque numero N è espresso da una formula:

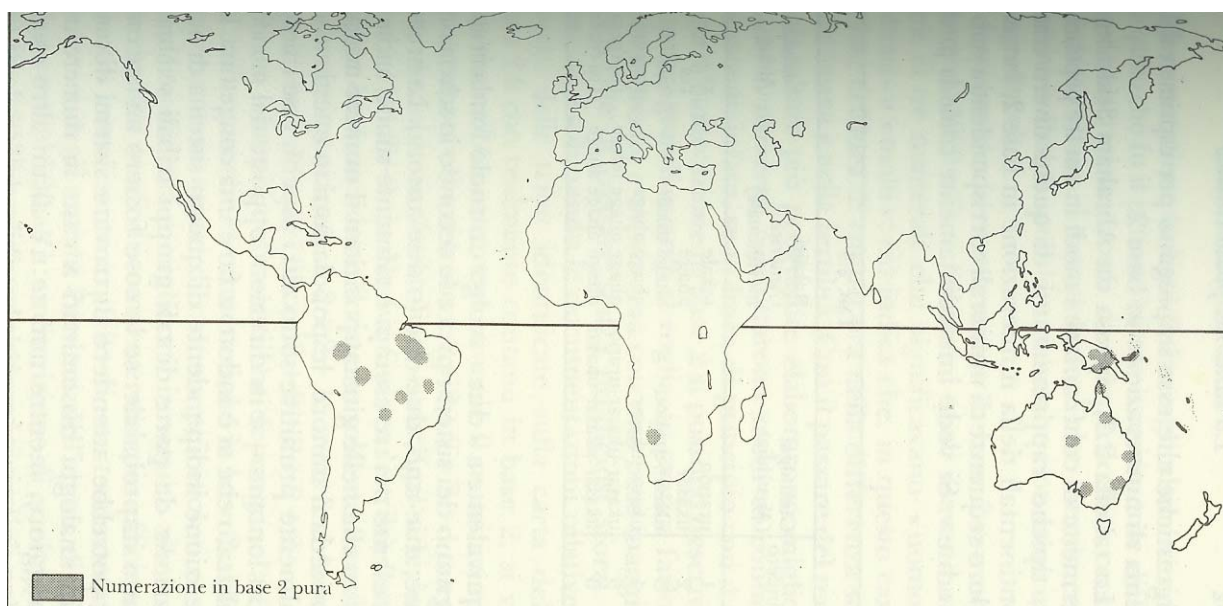
$$N = a_n B^n + a_{n-1} B^{n-1} + \dots + a_2 B^2 + a_1 B + a_0$$

e viene scritto nella notazione *posizionale* semplicemente sotto forma della stringa di simboli:

$$a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0$$

LE BASI DEL CONTARE OGGI (Mario Sandri)

Contare per due è il modo più semplice possibile di contare, se si eccettua la mera denominazione di ogni quantità con una diversa parola priva di relazione con le altre. Ci sono indizi del fatto che in passato il sistema in *base due* fosse piuttosto diffuso in tutto il mondo, ma nella maggior parte dei luoghi esso fu soppiantato da sistemi di numerazione più efficienti. In questo tipo di numerazione appaiono solo il concetto del numero *uno* e *due*. Tutto ciò che non rientra in questa casistica era il cosiddetto *molti*, che nel moderno uso di questa base si è tramutato in *non ha significato parlare di*. Sono poche le popolazioni che contano ancora in questa base. Troviamo i Boscimani in Africa e popolazioni in Australia, Nuova Guinea e Sud America. Tuttavia contare in base due è il fondamento di tutti quegli strumenti informatici che ormai fanno da padrone nelle nostre vite, primo fra tutti il personal computer. Qualsiasi macchina lavora utilizzando dei circuiti elettrici. Nel circuito può scorrere corrente elettrica oppure no. La macchina è unicamente in grado di capire questa differenza ed è per questo che utilizza una base binaria. Al passaggio di corrente (circuito chiuso) si attribuisce il numero uno, quando non c'è passaggio di corrente (circuito aperto) la macchina legge zero.

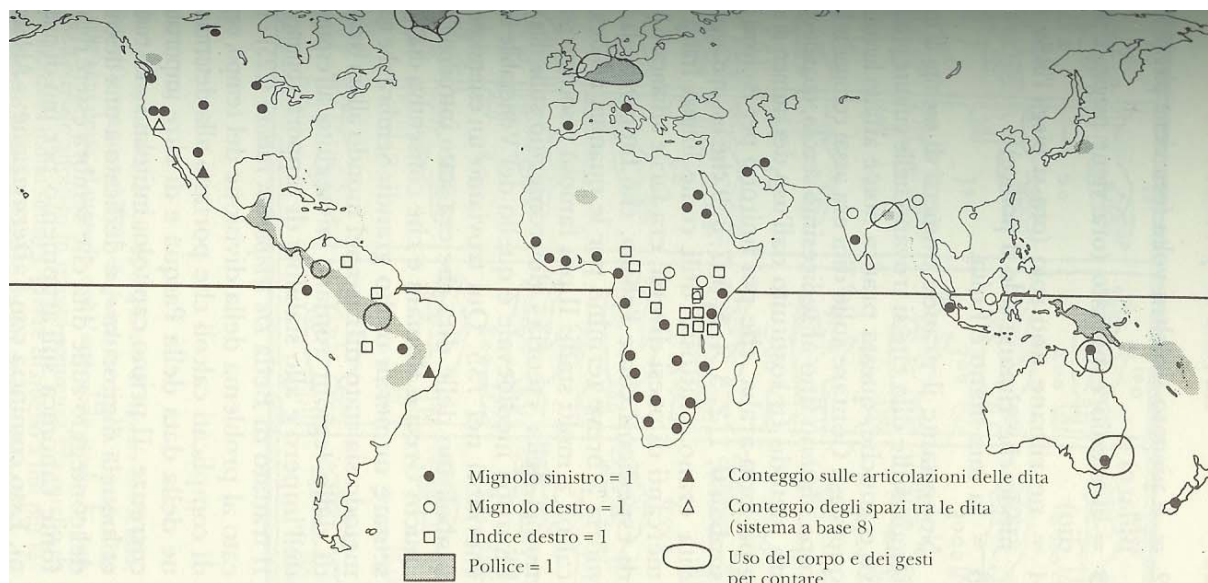


Distribuzione attuale dei sistemi di numerazione in base 2 puri, i quali contengono soltanto i numerali corrispondenti a uno e due.

Certamente il contare in base due si è estremamente evoluto rispetto a quello dei nostri antichi predecessori, tuttavia, anche se le potenzialità di calcolo sono infinite, i limiti di questo tipo di numerazione non sono e non potranno essere eliminati se non passando ad un sistema più

conveniente. Il limite principale è il fatto che un qualsiasi numero, anche il più semplice presenta un numero considerevole di successioni di zero e di uno. Un esempio pratico: se volessi esprimere la mia data di nascita, in un sistema decimale posizionale quale è il nostro scriverei 07/01/1978, ma se la stessa operazione la dovessi fare in logica binaria dovrei scrivere 00000000111/00000000001/11110111010. Si può facilmente intuire come l'utilizzo attuale del contare in base due sia fattibile solo per uno strumento tecnologico che ha la capacità di compiere velocemente un numero estremamente elevato di operazioni logiche. Una persona normale impiegherebbe un tempo estremamente lungo nel compiere le più elementari operazioni. È curioso notare come il più antico metodo per contare sia fondamentalmente alla base di tutta la nostra civiltà tecnologica. Matematicamente è interessante sottolineare come la base due sia a tutti gli effetti una base matematica come è stata definita precedentemente.

Il modo più ovvio di superare le limitazioni del sistema binario puro, con i suoi due soli numerali, è quello di introdurre altri numerali, mantenendo però l'idea di accoppiare le parole per formare le espressioni dei numeri più grandi. Questo sistema viene definito *neo-binario*. La fase successiva dell'evoluzione del contare la si ha con l'introduzione delle mani come elemento di computo: l'espressione binaria (antica) due-due-uno risulta sostituita dalla parola mano. Ciò conduce in modo naturale a un sistema di numerazione che in effetti si basa sul numero *cinque*, il numero delle dita della mano. Attualmente questa antica base viene utilizzata unicamente nelle prime fasi della nostra vita. Infatti qualsiasi bambino impara a contare con le dita della mano, è il modo più intuitivo che può conoscere in quanto sta esplorando il suo corpo. Ma questa consapevolezza deriva unicamente da un retaggio culturale, in quanto sono gli adulti che insegnano questa pratica del contare. Questo tipo di sistema è ovviamente un passaggio obbligato per la formazione di un metodo di contare più conveniente ed efficace. Basandosi su caratteristiche del corpo, è facile immaginare un'estensione ad una base 10 (due mani) e 20 (mani e piedi). Tuttavia tale sistema presenta ancora un numero di elementi fondamentali troppo limitato e dunque, anche in questa base, come in quella binaria, per compiere delle operazioni elementari si necessita di stringhe alquanto lunghe e un tempo di elaborazione considerevole. Il modo di contare con le dita sottolinea diversità culturali estremamente interessanti. Ad esempio, noi Italiani contiamo con le dita partendo dall'avere il pugno chiuso per poi iniziare a contare partendo dal pollice. Ma questa, per noi, usuale abitudine non è diffusa in tutto il mondo. I Giapponesi iniziano a contare partendo dalla mano aperta e poi richiudendo le dita una alla volta. È interessante notare come una abitudine dei bambini possa raccontare molto sulla cultura di un popolo.



Distribuzione delle tecniche di conteggio sulle dita in base ai dati che Abraham Seidenberg ha ricavato da fonti storiche e antropologiche. I differenti simboli contraddistinguono le aree in cui si comincia a contare da uno con le varie dita o con il pollice. Sono indicate anche le culture che contano sulle articolazioni delle dita di una mano fino a quattro, e di due mani fino a otto. La figura mostra anche le aree in cui questo metodo viene esteso con l'impiego di altre parti del corpo, per poter contare oltre dieci.

Anche se il sistema più utilizzato attualmente è il sistema decimale che risulta essere una naturale conseguenza del contare in base cinque, tuttavia nella storia si sono sviluppati altri sistemi. In particolare ci si riferisce al sistema in *base 12*. Attualmente vi sono molte tracce della sua passata importanza. Abbiamo parole apposite, come *dozzina*, per indicare un insieme di dodici oggetti, e certe cose, come le uova, vengono abitualmente contate a dozzine. Si pensi anche alle ore di una giornata, il giorno è diviso in 12 + 12 ore, o alla tavola pitagorica, che presenta i multipli dei primi dodici numeri. In realtà, negli ambienti commerciali di lingua inglese, questa struttura a base 12 è piuttosto diffusa e una comune misura di quantità è la *grossa* (*gross*) = 12 x 12: essa deriva dalla *grosse douzaine* francese. L'influenza di questa base può essere rintracciata anche nelle cosiddette unità di misura imperiali (12 pollici = 1 piede) che, quantunque ufficialmente soppiantate dal sistema metrico a base decimale, in Gran Bretagna sono ancora usate dalla maggior parte delle persone, in tutte le attività pratiche. Negli Stati Uniti quelle unità costituiscono ancora il sistema ufficiale. Significativamente, le tracce di sistemi a base 12 presenti nelle lingue indoeuropee sembrano confermare l'idea di un ruolo centrale del conteggio sulle dita, piuttosto che testimoniare l'esistenza di strutture rivali. Le antiche forme tedesche e inglesi delle parole *undici* e *dodici* significano letteralmente *uno rimasto* e *due rimasti*, cioè quanto rimaneva da contare dopo che erano state utilizzate tutte le dita. Anche questi due numeri in italiano presentano un loro proprio

nome, che non rispetta l'usuale regola di formazione dei numeri superiori al dieci. Si potrebbe anche aggiungere che la persistenza del sistema a base 12 in certi contesti non è affatto sorprendente, poiché esso è estremamente comodo.

Va sottolineato che non tutti i popoli hanno contato e contano le dita di una mano. Alcuni utilizzano come base gli spazi tra le dita, ed è così che ha origine la base 4, quella 8 e soprattutto quella 16. Tuttavia queste basi possono essersi sviluppate grazie ad una diversa interpretazione della mano: abbiamo quattro dita in una mano, il pollice, infatti, ha un aspetto e una posizione chiaramente diversi e non veniva considerato equivalente alle altre quattro dita. Quest'ultima idea è avvalorata dall'esistenza, in molte culture antiche, di un'unità di misura chiamata *palmo*, pari a quattro dita. Il *piede* dei Romani era composto di quattro *palmi*, i quali a loro volta erano pari a $4 \times 4 = 16$ *digiti*, o *dita*: da questa parola latina, tra l'altro, deriva il termine inglese *digit*, che significa numero di una sola cifra compreso tra 0 e 9. Attualmente questa base è utilizzata nel moderno sistema britannico: ad esempio in una libbra vi sono sedici once. Però è ancora nel mondo dell'informatica che si vede come questa base riveste un grande valore ed interesse. In tale ambito è stata creata una vera base matematica esadecimale che utilizza i seguenti simboli: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E ed F. Con combinazione di questi simboli si possono ricavare i 256 caratteri fondamentali di scrittura e il tutto viene raccolto in una tabella che prende il nome di *codici ASCII*. Questa base presenta delle caratteristiche importanti che la differiscono dalla base decimale. Innanzitutto ha molti più simboli e questo è sicuramente un inconveniente, tuttavia permette di scrivere i numeri con molti meno caratteri. Vediamo nuovamente l'esempio visto per i numeri binari. In questo caso la data 07/01/1978 si scriverebbe come 7/1/7BA. Come è facilmente intuibile è sui numeri estremamente grandi che si vede la comodità di utilizzare una base con più elementi.

L'ultimo su cui vogliamo soffermarci è un sistema a prima vista del tutto inatteso. I Sumeri (3200 – 3100 a.C.) adottarono un sistema di numerazione davvero strano e anzi unico tra quelli noti. Inizialmente essi seguivano una tradizione di conteggio orale, imperniata sul 5, il 10 e il 20, e contavano fino a 59 servendosi di parole che indicavano le combinazioni. I numeri intermedi venivano inseriti nel modo consueto. A ciascuno dei multipli di 10 inferiori a 60 veniva dato un nome, che in qualche caso era una parola composta. Ciò sembra del tutto normale per quanto visto in precedenza. Ma dopo il 59 non si trovava il 60 ottenuto come 20×3 o 10×6 : il 60 veniva invece assunto come nuova unità di misura e chiamato *gesh* cioè lo stesso nome che indicava l'1 (se vi era pericolo di confusione si utilizzava la parola *geshta*), dal quale cominciava l'intero sistema. I numeri maggiori erano espressi tramite multipli e potenze di sessanta. Non si conosce ancora il motivo della scelta di tale base. Nonostante la peculiarità della base 60, la sua presenza è tuttora evidente nei nostri sistemi di unità: nelle misure angolari 60 secondi d'arco formano 1 minuto, 60

minuti formano 1 grado, e $360 = 6 \times 60$ gradi corrispondono ad un angolo giro. Le posizioni delle navi in mare, quelle di un luogo sulla terra e quelle degli astri vengono individuate specificando la latitudine e la longitudine, che sono espresse in questa unità. Le misure del tempo in termini di minuti e secondi si basano sul medesimo sistema sessagesimale.

Il sistema a *base dieci*, o *decimale*, che attualmente è il più diffuso nel mondo, è un felice compromesso. L'uso della base dieci deriva dalle antiche tradizioni di conteggio non sistematico delle dita, ma l'impiego del dieci, invece del cinque o del venti o di qualsiasi altra base, è semplicemente una questione di praticità: il dieci non è né troppo grande né troppo piccolo. Se si sceglie una base troppo grande si ha bisogno di un gran numero di elementi base. Se invece se ne sceglie una troppo piccola il sistema di numerazione diventa del tutto inefficiente, perché si devono usare molte unità collettive diverse, per rappresentare numeri abbastanza piccoli e di uso frequente. Il sistema decimale puro che abbiamo ricevuto in eredità è inoltre gradevolmente simmetrico: una volta che si è contato da uno a nove, il numero dieci viene preso come nuova unità. I multipli di dieci vengono conteggiati esattamente nello stesso modo finché non si arriva a dieci decine, che definiscono una nuova unità, il centinaio, dieci centinaia formano un migliaio, e così via, nel modo ben noto. La ragione dell'onnipresenza di questo modo di contare sta indubbiamente, almeno in parte, nella sua facilità d'uso e nella sua efficienza.

METODOLOGIE DIDATTICHE

Le strategie didattiche che si intendono adottare sono prevalentemente la lezione frontale, limitata ad una breve parte dell'ora di lezione per sfruttare al meglio i tempi di attenzione, e la lezione interattiva, che stimoli gli allievi a porre e a porsi domande, a collegare situazioni e a ricercare soluzioni.

Per la presentazione dei nuovi contenuti e per lo svolgimento di esercizi significativi si farà uso di lezioni frontali; per la risoluzione di ulteriori esercizi in collaborazione insegnante-allievi si farà uso invece di lezioni dialogiche, con lo scopo di coinvolgere gli studenti nella realizzazione delle lezioni, sollecitandoli con opportune domande. I momenti di lezione frontale e dialogica non saranno rigidamente distinti, ma si potranno alternare nell'ambito della stessa ora di lezione. Alla presentazione di ogni nuovo concetto o metodo di risoluzione di problemi, seguirà lo svolgimento di esempi concreti. Talvolta sarà più opportuno partire da esempi significativi per giungere alla formulazione di proprietà generali. Inoltre la risoluzione in classe di esempi particolari farà da spunto per nuove riflessioni e argomentazioni.

Una parte del monte ore dedicato alla seguente unità didattica verrà affrontata nel laboratorio di informatica, dove gli studenti creeranno e poi utilizzeranno un programma compilato con Pascal o con Microsoft Excel che illustrerà loro il comportamento di trasformazione di un numero da una base generica B alla base decimale e viceversa.

MATERIALI E STRUMENTI UTILIZZATI

- Lavagna, gessi colorati
- Libro di testo. Questo strumento dovrà presentare un linguaggio adeguato all'età, evidenziare i nodi concettuali evitando nel contempo pericolose banalizzazioni, sostenere uno studio individuale e le attività in classe. Il testo andrà usato in modo critico, adattandolo ed eventualmente semplificandolo, cercando un punto di contatto tra gli obiettivi della programmazione in classe e le abilità possedute dagli alunni. La difficoltà di un testo può essere legata ai contenuti, alle operazioni cognitive, agli aspetti linguistici o agli aspetti grafici. Per questo motivo, spesso emerge la necessità di completare, ridurre, schematizzare ed evidenziare quanto contenuto nel testo.
- Personal computer. Sarà indispensabile che ogni alunno abbia la possibilità di lavorare su un singolo PC per evitare che alcuni ragazzi non lavorino affatto. Sarà importante verificare la loro conoscenza del linguaggio di programmazione Pascal e del programma Microsoft Excel. A seguito di possibili carenze verrà inoltre aggiunto un piccolo intervento di recupero.

CONTROLLO DELL'APPRENDIMENTO

L'insegnante potrà valutare l'andamento dell'attività didattica e controllare la comprensione dell'argomento da parte degli alunni attraverso verifiche formative costituite da domande o da esercizi mirati, di difficoltà crescente, da svolgere a casa. Tali esercizi saranno successivamente discussi in classe, puntando principalmente su quelli in cui gli studenti hanno riscontrato maggiori difficoltà.

VALUTAZIONE

La valutazione dell'apprendimento si attua attraverso prove orali.

RECUPERO E APPROFONDIMENTO

Si prevedono attività di recupero per integrare e completare l'attività didattica. L'insegnamento è in ogni caso orientato alla continua ripresa degli argomenti su cui gli studenti incontrano maggiori difficoltà. Gli argomenti da recuperare sono individuati attraverso le prove orali. Le forme di recupero previste sono:

- Recupero svolto in classe attraverso la ripresa di concetti non ben assimilati e lo svolgimento di esercizi chiarificatori;
- Attività pomeridiane con gli studenti interessati ("sportello" e "ascolto didattico");
- Assegnazione allo studente di esercizi mirati alla difficoltà da recuperare e guidati nella risoluzione.

TEMPI DELL'INTERVENTO DIDATTICO

Viene proposta una descrizione del susseguirsi delle attività didattiche con i tempi necessari a ciascuna attività. Questa proposta va comunque considerata in maniera elastica, in quanto l'attività dipende molto dalle esigenze degli studenti.

Accertamento dei prerequisiti	1 h
Introduzione	1 h
La storia del contare	1 h
Esempi ed esercizi	1 h
Basi del contare e basi matematiche	1 h
Esempi ed esercizi	1 h
Le basi del contare oggi	1 h
Esempi ed esercizi	1 h
Attività sommativa di tutta l'attività svolta	2 h
Attività di laboratorio informatico	2 h
Prove orali	

BIBLIOGRAFIA

M. Tarozzi, APPUNTI DAL CORSO DI INTERCULTURALITÀ

G.G. Joseph, C'ERA UNA VOLTA UN NUMERO, Il Saggiatore

N. Dodero, P. Barboncini e D. Trezzi, ELEMENTI DI MATEMATICA 1, Ghisetti e Corvi Editori

N. Dodero, P. Barboncini e D. Trezzi, ELEMENTI DI MATEMATICA 2, Ghisetti e Corvi Editori

T. Dantzig, IL NUMERO, LINGUAGGIO DELLA SCIENZA, La Nuova Italia

J.D. Barrow, LA LUNA NEL POZZO COSMICO – Contare, pensare ed essere, Adelphi

M. Kline, LA MATEMATICA NELLA CULTURA OCCIDENTALE, Feltrinelli

O. Neugebauer, LE SCIENZE ESATTE DELL'ANTICHITÀ, Feltrinelli

J. Friberg, NUMERI E MISURE NEI PRIMI DOCUMENTI SCRITTI, Le Scienze

J.D. Barrow, PERCHÈ IL MONDO È MATEMATICO, Editori Laterza

S.H. Nars, SCIENZA E CIVILTÀ DELL'ISLAM, Feltrinelli

J. Needdham, SCIENZA E CIVILTÀ IN CINA, Einaudi

C.B. Boyer, STORIA DELLA MATEMATICA, Mondadori

G. Ifrah, STORIA UNIVERSALE DEI NUMERI, Mondadori