



GARA DI MATEMATICA CON LE TECNOLOGIE  
SELEZIONE – 30 OTTOBRE 2008

DURATA ORE 2:00

QUESITI A RISPOSTA MULTIPLA

Una sola risposta è esatta fra le 4 proposte per ciascun quesito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta non data 0 punti, ogni risposta errata comporta una penalità di 1 punto.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	C	A	C	C	D	0,093	0,465	3,516	10,16

1. Definiamo una funzione nel seguente modo: a un numero primo  $p$  assegna il  $p$ -esimo numero primo (p.e.  $f(3) = 5$ , che è il terzo numero primo), a un numero pari  $n$  assegna il  $2n$ -esimo numero primo e a un numero dispari  $n$  non primo assegna il  $3n$ -esimo numero primo. Quanto fa  $f(2008) + f(2007) - f(2003)$ ? (Ricorda: 1 non è primo!)

A. 52333 B. **80137** C. 136469 D. 156995

```
f(n) :=  
  If PRIME(n)  
    NTH_PRIME(n)  
  If EVEN?(n)  
    NTH_PRIME(2·n)  
    NTH_PRIME(3·n)  
  
f(2008) + f(2007) - f(2003)
```

80137

2. Dato il triangolo di vertici i punti  $(0,12; 0,32)$ ,  $(-0,14; 0,51)$ ;  $(0,41; -0,75)$ , quanto vale la somma dei quadrati delle distanze del suo baricentro dai vertici?

A. Meno di 0.5 B. Fra 0.5 e 1 C. **Fra 1 e 2** D. Più di 2

```

dist_2_pti(xa, ya, xb, yb) := √((xa - xb)2 + (ya - yb)2)
baric(xa, ya, xb, yb, xc, yc) := [ (xa + xb + xc) / 3, (ya + yb + yc) / 3 ]
dist_2_pti(0.12, 0.32, (baric(0.12, 0.32, -0.14, 0.51, 0.41, -0.75))1, (baric(0.12, 0.32, -0.14, 0.51,
0.41, -0.75))2)2 + dist_2_pti(-0.14, 0.51, (baric(0.12, 0.32, -0.14, 0.51, 0.41, -0.75))1,
(baric(0.12, 0.32, -0.14, 0.51, 0.41, -0.75))2)2 + dist_2_pti(0.41, -0.75, (baric(0.12, 0.32, -0.14,
0.51, 0.41, -0.75))1, (baric(0.12, 0.32, -0.14, 0.51, 0.41, -0.75))2)2
1.074266666

```

3. I codici a barre servono per identificare le diverse merci. Essi sono formati da 13 cifre a gruppi, ciascuno dei quali ha un dato significato. L'ultimo di essi è un carattere di controllo che si calcola nel seguente modo: alla somma delle cifre di posto dispari si aggiunge il triplo della somma di quelle di posto pari. Il codice di controllo è il minimo numero da aggiungere a detta somma per ottenere un multiplo di 10. Qual è il codice di controllo del prodotto le cui prime cifre sono: 808884702063?

A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

$$10 - \text{MOD}(8 + 8 + 3 \cdot 8 + 8 + 3 \cdot 4 + 7 + 2 + 6 + 3 \cdot 3, 10)$$

6

4. Quanti dei numeri compresi tra 1 e 2008, hanno la somma dei loro divisori che è un quadrato perfetto?

A. Meno di 50 B. 74 C. **81** D. 95

$$\text{DIM}(\text{SELECT}(\text{INTEGER}(\sqrt{\sum(\text{DIVISORS}(n))}), n, 1, 2008))$$

81

5. Consideriamo lo sviluppo decimale infinito di  $\pi$  e  $\sqrt{2}$ . Quanto vale la somma delle loro cifre dopo la virgola poste in posizione 2008?

A. 1 B. 3 C. **5** D. 8

PrecisionDigits := 2009

NotationDigits := 2009

$\pi$

3. 1415926535897932384626433832795028841971693993751058209749445923078164062862089986280348253421170679-  
8214808651328230664709384460955058223172535940812848111745028410270193852110555964462294895493038196-  
4428810975665933446128475648233786783165271201909145648566923460348610454326648213393607260249141273-  
7245870066063155881748815209209628292540917153643678925903600113305305488204665213841469519415116094-  
3305727036575959195309218611738193261179310511854807446237996274956735188575272489122793818301194912-  
9833673362440656643086021394946395224737190702179860943702770539217176293176752384674818467669405132-  
0005681271452635608277857713427577896091736371787214684409012249534301465495853710507922796892589235-  
4201995611212902196086403441815981362977477130996051870721134999999837297804995105973173281609631859-  
5024459455346908302642522308253344685035261931188171010003137838752886587533208381420617177669147303-  
5982534904287554687311595628638823537875937519577818577805321712268066130019278766111959092164201989-  
3809525720106548586327886593615338182796823030195203530185296899577362259941389124972177528347913151-  
5574857242454150695950829533116861727855889075098381754637464939319255060400927701671139009848824012-  
8583616035637076601047101819429555961989467678374494482553797747268471040475346462080466842590694912-  
9331367702898915210475216205696602405803815019351125338243003558764024749647326391419927260426992279-  
6782354781636009341721641219924586315030286182974555706749838505494588586926995690927210797509302955-  
3211653449872027559602364806654991198818347977535663698074265425278625518184175746728909777727938000-  
8164706001614524919217321721477235014144197356854816136115735255213347574184946843852332390739414333-  
4547762416862518983569485562099219222184272550254256887671790494601653466804988627232791786085784383-  
8279679766814541009538837863609506800642251252051173929848960841284886269456042419652850222106611863-  
0674427862203919494504712371378696095636437191728746776465757396241389086583264599581339047802759009-  
9465764

$\sqrt{2}$

1. 4142135623730950488016887242096980785696718753769480731766797379907324784621070388503875343276415727-  
3501384623091229702492483605585073721264412149709993583141322266592750559275579995050115278206057147-  
0109559971605970274534596862014728517418640889198609552329230484308714321450839762603627995251407989-  
6872533965463318088296406206152583523950547457502877599617298355752203375318570113543746034084988471-  
6038689997069900481503054402779031645424782306849293691862158057846311159666871301301561856898723723-  
5288509264861249497715421833420428568606014682472077143585487415565706967765372022648544701585880162-  
0758474922657226002085584466521458398893944370926591800311388246468157082630100594858704003186480342-  
1948972782906410450726368813137398552561173220402450912277002269411275736272804957381089675040183698-  
6836845072579936472906076299694138047565482372899718032680247442062926912485905218100445984215059112-  
0249441341728531478105803603371077309182869314710171111683916581726889419758716582152128229518488472-  
0896946338628915628827659526351405422676532396946175112916024087155101351504553812875600526314680171-  
2740265396947024030051749531886292563138518816347800156936917688185237868405228783762938921430065586-  
9568685964595155501644724509836896036887323114389415576651040883914292338113206052433629485317049915-  
7717562285497414389991880217624309652065642118273167262575395947172559346372386322614827426222086711-  
558395999265211762526989175409881593486400834570851814722318142040704265090565323339843645786579679-  
651926729239987536661721598257886026336361782749599421940377753681426217738799194551397231274066898-  
3299898953867288228563786977496625199665835257761989393228453447356947949629521688914854925389047558-  
2883452609652409654288939453864662574492755638196441031697983306185201937938494005715633372054806854-  
0575867999670121372239475821426306585132217408832382947287617393647467837431960001592188807347857617-  
2522118674904249773669292073110963697216089337086611567345853348332952546758516447107578486024636008-  
34449114

4 + 1

5

6. In  $n$  scatole, con  $n > 1$ , mettiamo un totale di  $n$  monete, sapendo che in ciascuna scatola esattamente una moneta è falsa e che la probabilità che estraendo a caso una moneta da ciascuna scatola esse siano tutte buone non è inferiore al 36%, vogliamo sapere il minimo valore di  $n$ .

A. 20 B. 21 C. 23 D. 24

$$\text{TABLE}\left(\left(1 - \frac{1}{n}\right)^n, n, 20, 25\right)$$

20	0.3584859224
21	0.3589423646
22	0.3593565010
23	0.3597339533
24	0.3600793892
25	0.3603967168

### QUESITI A RISPOSTA NUMERICA

La risposta è formata da un numero intero o decimale. Ogni risposta esatta o parzialmente esatta è valutata da 0 a 5 punti, ogni risposta non data 0 punti, ogni risposta del tutto errata comporta una penalità di 1 punto.

7. Consideriamo l'insieme  $\left\{\frac{4}{3}, \frac{9}{7}, -\frac{14}{11}, -\frac{19}{15}, \dots, \frac{10024}{8019}, \frac{10029}{8023}, -\frac{10034}{8027}, -\frac{10039}{8031}\right\}$ , la somma dei suoi elementi, arrotondata al terzo decimale è circa? **0,093**

$$a(n) := \begin{cases} \text{If } \text{MOD}(n, 4) = 1 \vee \text{MOD}(n, 4) = 2 \\ (5 \cdot (n - 1) + 4) / (4 \cdot (n - 1) + 3) \\ - (5 \cdot (n - 1) + 4) / (4 \cdot (n - 1) + 3) \end{cases}$$

$$\text{VECTOR}(a(n), n, 1, 10)$$

$$\left[ \frac{4}{3}, \frac{9}{7}, -\frac{14}{11}, -\frac{19}{15}, \frac{24}{19}, \frac{29}{23}, -\frac{34}{27}, -\frac{39}{31}, \frac{44}{35}, \frac{49}{39} \right]$$

$$\text{VECTOR}(a(n), n, 2005, 2008)$$

$$\left[ \frac{10024}{8019}, \frac{10029}{8023}, -\frac{10034}{8027}, -\frac{10039}{8031} \right]$$

$$\sum_{n=1}^{2008} a(n)$$

$$0.09382354498$$

8. La somma delle soluzioni dell'equazione  $x^5 - 2008x^3 + 2008x^2 + 2008$ , è circa?

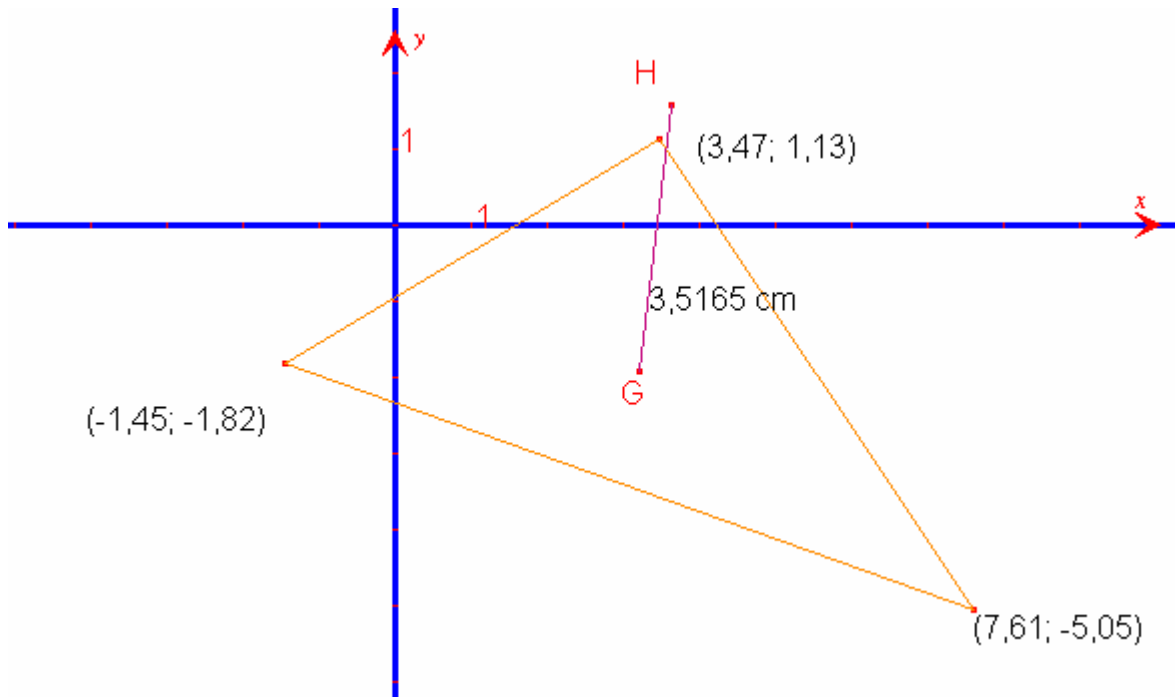
$$\text{NSOLVE}(x^5 - 2008 \cdot x^3 + 2008 \cdot x^2 + 2008, x, \text{Real})$$

$$x = 1.466532108 \vee x = -45.30282052 \vee x = 44.30182227$$

$$1.466532108 - 45.30282052 + 44.30182227$$

$$0.4655338579$$

9. Determinare la distanza fra l'ortocentro e il baricentro del triangolo di vertici  $A \equiv (3,47; 1,13)$ ,  $B \equiv (-1,45; -1,82)$ ,  $C \equiv (7,61; -5,05)$ , con una precisione al terzo decimale.



10. In una seduta particolarmente movimentata in borsa, un titolo ha avuto 800 fluttuazioni che hanno seguito la seguente legge. È calato dell'1% per 8 volte consecutive, quindi è salito del 1,1% per altre 8 volte, di nuovo è sceso del 1,2% per 8 volte e salito del 1,3% per altre 8 volte e così via, in modo che la percentuale di aumento o diminuzione è stata dello 0,1% in più di quella delle precedenti 8 volte. Se all'inizio il titolo valeva € 100, quanto vale alla fine, arrotondato al centesimo?

$$100 \cdot \prod_{n=0}^{799} (1 - (-1)^n \cdot (0.01 + 0.001 \cdot n))$$

$$10.16478200$$