



GARA DI MATEMATICA CON LE TECNOLOGIE

FINALE

TELESE 17 NOVEMBRE 2007

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_ SCUOLA \_\_\_\_\_

Una sola risposta è esatta fra le 4 proposte per ciascun quesito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta non data 0 punti, ogni risposta errata comporta una penalità di 1 punto.

DURATA MINUTI 90

QUESITI A RISPOSTA MULTIPLA

1. Quante coppie di numeri naturali uno almeno dei quali minore o uguale a 2007, soddisfano l'equazione  $x^2 - 1620y^2 = 1$ ?  
A. 0 B. 2 C. 19 D. 23
2. Quanti degli elementi dell'insieme  $\{n^2 - n + 1 : n \in \mathbb{N}, 123 \leq n \leq 345\}$  sono multipli di 13 ma non di 19?  
A. 4 B. 25 C. 30 D. 34
3. Per quanti valori interi di  $h$ , le rette del fascio di equazione  $(0.22h + 1.13)x + (0.37 + 1.14h)y - 1.15h + 2.87 = 0$ , formano con gli assi coordinati un triangolo di area minore o uguale a 2?  
A. 5 B. 10 C. 18 D. Infiniti
4. Dato il triangolo di vertici  $(0.97, 1.08)$ ,  $(-2.74, -1.42)$ ,  $(3.58, -2.13)$ , costruire il suo simmetrico rispetto al baricentro. Quanto vale il perimetro dell'esagono convesso che ha per vertici quelli dei due triangoli?  
A.  $\approx 17.17$  B.  $\approx 18.24$  C.  $\approx 19.34$  D.  $\approx 20.45$
5. Una coppia di numeri primi come 5 e 7 che differiscono fra loro di due unità si chiamano primi gemelli. Quante sono le coppie di primi gemelli minori o uguali a 2007?  
A. Meno di 50 B. 55 C. 61 D. più di 70

## QUESITI A RISPOSTA NUMERICA

La risposta è formata da un numero intero o decimale. Ogni risposta esatta o parzialmente esatta è valutata da 0 a 5 punti, ogni risposta non data 0 punti, ogni risposta errata comporta una penalità di 1 punto.

6. Ci sono le seguenti alternative di un gestore di cellulari:

- A. €0,10 alla risposta e €0,08 per ogni frazione di 10 secondi di conversazione;
- B. €0,12 alla risposta e €0,10 per ogni frazione di 15 secondi di conversazione;
- C. €0,15 alla risposta e €0,22 per ogni frazione di 20 secondi di conversazione;
- D. €0,25 per ogni frazione di 30 secondi di conversazione.

Quale deve essere il numero medio di secondi di conversazione affinché sia più conveniente il servizio A?

7. Consideriamo un qualsiasi multiplo di 3 e sommiamo i cubi delle sue cifre, ripetendo il procedimento se il numero ottenuto è diverso da quello di partenza. Si dimostra che in ogni caso questo procedimento condurrà prima o poi al numero 153, che ha la proprietà di essere uguale alla somma dei cubi delle proprie cifre, pertanto il procedimento a quel punto si interrompe. Per esempio per 369 avremo 4 passi:  $369 \rightarrow 972 \rightarrow 1080 \rightarrow 513 \rightarrow 153$ . Dopo quanti passi  $369^{2007}$  arriva a 153?

8. Quante delle frazioni del tipo  $\frac{n^3 + 2n^2 + 3n - 1}{n^2 + 1}$ , per  $n$  numero naturale minore o uguale a 2007, sono ridotte ai minimi termini?

9. Per calcolare l'area delimitata dal semiasse positivo delle ascisse, dalle rette  $x = 1$  e  $x = 4$  e dalla funzione  $(x-5) \cdot \sin\left(\frac{x}{2} + 3\right) \cdot e^{\frac{x}{5}}$ , dividiamo l'intervallo  $[1, 4]$  in  $n$  parti uguali e consideriamo i rettangoli che hanno per base uno di questi  $n$  intervallini e per altezza l'ordinata del punto della funzione calcolato nell'estremo destro dello stesso intervallino. Si vuole sapere il minimo valore intero di  $n$  affinché la somma delle aree di detti rettangoli fornisca un valore approssimato dell'area con una precisione al centesimo.

10. Una progressione aritmetica è una successione ordinata di numeri, ognuno dei quali si ottiene aggiungendo al precedente sempre la stessa quantità, detta ragione. Per esempio 1, 3, 5, 7, 9, ... è una progressione aritmetica di ragione 2. . Di una progressione aritmetica sappiamo che il suo 37° elemento è 4,78 e il suo 78° è 8,12. Quanto vale la ragione?