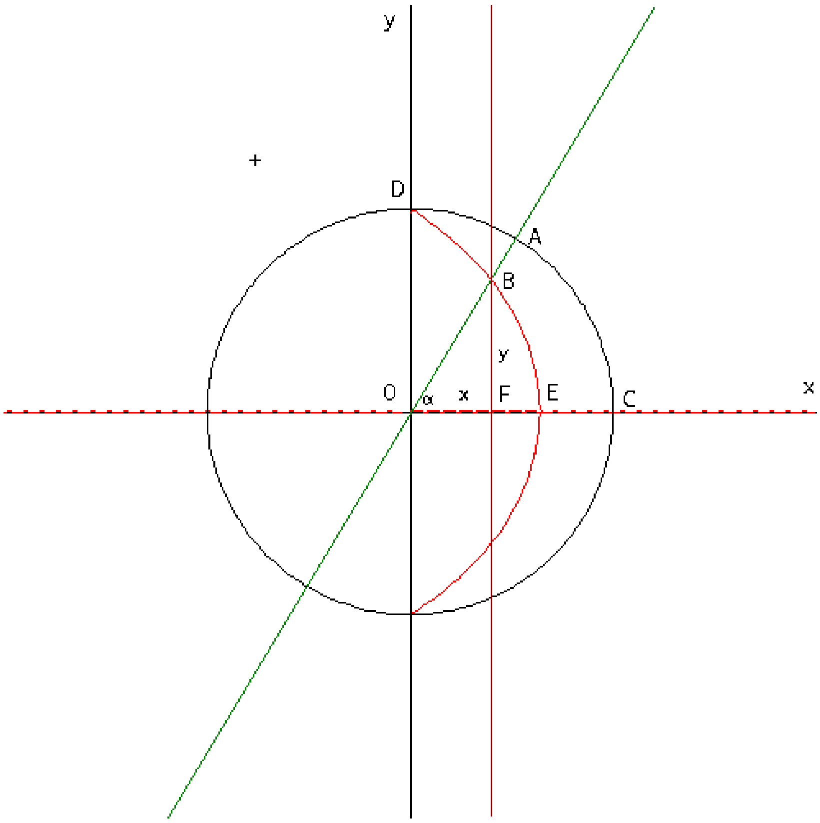
QUADRATRICE

La definizione di tale curva è la seguente, con riferimento alla figura: BF:DO=AC:DC; cioè esiste una proporzionalità tra i segmenti e gli archi in figura. In altre parole l'ordinata BF del punto B sul lato del generico angolo α deve, rispetto al raggio DO della semicirconferenza, stare nello stesso rapporto in cui stanno il dato arco AC ed il quarto di circonferenza DC.
Si dimostra che l'arco DC(un quarto di circonferenza) è la terza proporzionale tra OE e DO.Da ciò discende la possibità di effettuare la quadratura del cerchio.



Operando analiticamente e considerando il raggio unitario e (abusando!) ponendo l'arco DC uguale a $\pi/2$, si avrà:

#1: $$\frac{y}{x} = \mathrm{TAN}(\alpha)$$

#2: $$\frac{1}{y} = \frac{\frac{\pi}{2}}{\alpha}$$

#3: $$y = \frac{2\cdot\alpha}{\pi}$$

Si avrà l'equazione della quadratrice, il cui grafico è quello di cui sopra e cioè l'arco di curva DBE:

#4: $$y = \frac{2\cdot \text{ATAN}\left(\frac{y}{x}\right)}{\pi}$$

Calcoliamo l'ascissa del punto E.

#5: $$x = \frac{\frac{2\cdot\alpha}{\pi}}{\text{TAN}(\alpha)}$$

#6: $$\lim_{\alpha\to 0}\left(x = \frac{\frac{2\cdot\alpha}{\pi}}{\text{TAN}(\alpha)}\right)$$

#7: $$x = \frac{2}{\pi}$$

In effetti, in base a ciò che è stato detto prima , il quarto di circonferenza DC è tale che: 2/π : 1=1:DC; da cui DC=π/2.
In generale avremmo dovuto fare riferimento ad un dato raggio r ed a un dato quarto di circonferenza m; e ragionare di conseguenza(r*α sarà l'arco sotteso dall'angolo α).

#8: $$\frac{r}{y} = \frac{m}{r\cdot\alpha}$$

#9: $$\frac{y}{x} = \text{TAN}(\alpha)$$

#10: $$x = \frac{\frac{r^2\cdot\alpha}{m}}{\text{TAN}(\alpha)}$$

#11: $$\lim_{\alpha\to 0}\left(x = \frac{\frac{r^2\cdot\alpha}{m}}{\text{TAN}(\alpha)}\right)$$

#12: $$x = \frac{r^2}{m}$$

Da cui: $r^2/m : r = r : \beta$; e cioè β terza proporzionale di r^2/m ed r uguale a m.