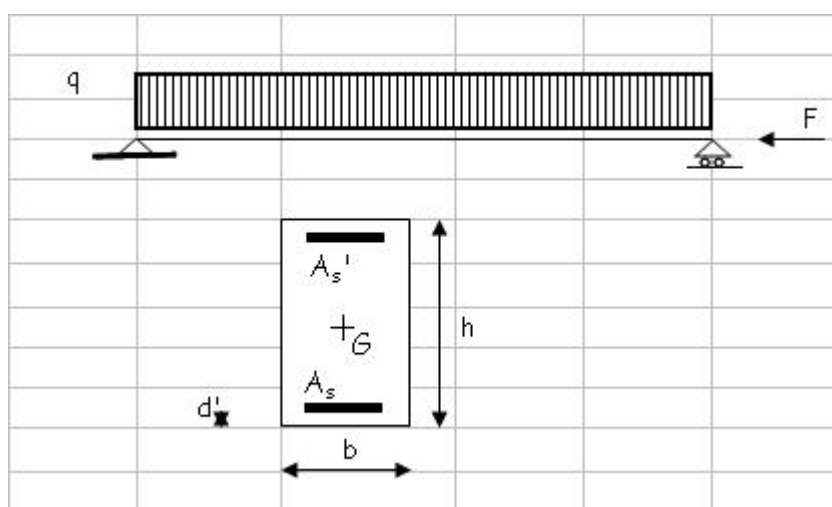


Determinazione della forza assiale ammissibile per una trave in c.a.

Data la trave rappresentata in figura si vogliono determinare i valori ammissibili dello sforzo normale N .



Dati Numerici

I valori numerici assunti per le caratteristiche geometriche della trave in oggetto sono riportati nel seguito:

```
In[1]:= b = 300;
        h = 500;
        n = 15;
        As = 1608;
        Asp = 1608;
        dp = 30;
        L = 5000;
```

Si ipotizza che sulla trave agisca il carico distribuito:

```
In[8]:= q = 30;
```

Infine, si assume che il calcestruzzo abbia una resistenza cilindrica caratteristica $f_{ck}=20$ MPa e che le armature metalliche siano costituite da acciaio FeB38k; per tali

materiali si assumono i seguenti valori delle tensioni ammissibili (cfr. D.M. 14/02/1992):

```
In[11]:= SigmaCamm = 8.5;
         SigmaSamm = 215;
```

Momento massimo

Il momento indotto nella sezione di mezzzeria dal carico q si valuta come segue:

```
In[13]:= M = q L ^ 2 / 8
```

```
Out[13]= 93750000
```

Ricerca dei valori ammissibili dello sforzo normale

Dalla posizione dell'asse neutro deriva la condizione che la tensione ammissibile sia attinta lato acciaio (teso) o lato calcestruzzo (compressso); per la discussione di questi aspetti si rimanda al libro di teoria (cfr. Faella vol. 1A, paragrafo 6.2.2). In particolare, è possibile definire un valore $y_{c,L}$ dell'asse neutro per il quale la tensione ammissibile viene attinta "lato acciaio" nel caso in cui $y_c < y_{c,L}$, mentre si raggiunge per il calcestruzzo se risulta $y_c > y_{c,L}$. Tale valore, dipendente dalle tensioni ammissibili dei due materiali, si determina come segue:

```
In[14]:= ycL = SigmaCamm / (SigmaCamm + SigmaSamm / n)
         (h - dp)
```

```
Out[14]= 174.964
```

1° Caso: Tensione ammissibile raggiunta nel calcestruzzo ($y_c > y_{c,L}$)

Assunta l'ipotesi di raggiungimento della tensione ammissibile nel calcestruzzo compresso, si possono esprimere per similitudine (in forza dell'ipotesi di conservazione delle sezioni piane) i valori delle tensioni nell'armatura tesa e compressa in funzione della posizione dell'asse neutro espressa da y_c (che rappresenta la sua distanza dal lembo compresso):

```
In[17]:= SigmaS1 = n (h - dp - yc) / yc SigmaCamm;
         SigmaSp1 = n (yc - dp) / yc SigmaCamm;
```

La condizione di equilibrio alla rotazione attorno al baricentro geometrico delle tensioni interne e del momento esterno si esprime come segue:

```
In[19]:= EqnEqRotazione1 =
  b yc SigmaCamm / 2 (h / 2 - yc / 3) +
  Asp SigmaSp1 (h / 2 - dp) +
  As SigmaS1 (h / 2 - dp) - M

Out[19]= -93750000 +  $\frac{4.51044 \times 10^7 (470 - yc)}{yc} +$ 
 $\frac{4.51044 \times 10^7 (-30 + yc)}{yc} + 1275. \left(250 - \frac{yc}{3}\right) yc$ 
```

ed uguagliando a zero tale espressione si trova la posizione dell'asse neutro yc1 che soddisfa l'equilibrio alla rotazione rispetto al momento esterno applicato:

```
In[22]:= ycSol1 =
  yc /. FindRoot[EqnEqRotazione1 == 0,
    {yc, ycL, 100 h}]

Out[22]= 494.937
```

A tale posizione dell'asse neutro corrisponde un valore dell'azione normale N1 che può essere determinato imponendo l'equilibrio (o meglio l'equivalenza statica) alla traslazione lungo l'asse della trave:

```
In[31]:= N1 = b ycSol1 / 2 SigmaCamm +
  Asp (SigmaSp1 /. yc -> ycSol1) -
  (As SigmaS1 /. yc -> ycSol1)

Out[31]= 833967.
```

2° Caso: Tensione ammissibile raggiunta nell'acciaio teso ($yc < ycL$)

Analogamente a quanto fatto nel caso precedente, si può assumere il raggiungimento della tensione ammissibile nell'acciaio teso ed esprimere per similitudine i valori delle tensioni nell'armatura compressa e nel calcestruzzo al lembo maggiormente compresso, sempre in funzione della posizione dell'asse neutro espressa da yc:

```
In[25]:= SigmaC2 = yc / (h - dp - yc) SigmaSamm / n;
  SigmaSp2 = (yc - dp) / (h - dp - yc) SigmaSamm;
```

La condizione di equilibrio alla rotazione attorno al baricentro geometrico delle tensioni interne e del momento esterno si esprime come segue:

```
In[27]:= EqnEqRotazione2 =
  b yc SigmaC2 / 2 (h / 2 - yc / 3) +
  Asp SigmaSp2 (h / 2 - dp) +
  As SigmaSamm (h / 2 - dp) - M
```

$$\text{Out}[27]= -17691600 + \frac{76058400 (-30 + y_c)}{470 - y_c} + \frac{2150 \left(250 - \frac{y_c}{3}\right) y_c^2}{470 - y_c}$$

ed uguagliando a zero tale espressione si trova la posizione dell'asse neutro y_{c2} che soddisfa l'equilibrio alla rotazione rispetto al momento esterno applicato:

```
In[28]:= ycSol2 =  
yc /. FindRoot[EgnEqRotazione2 == 0,  
{yc, 0, yCL}]
```

```
Out[28]= 80.143
```

A tale posizione dell'asse neutro corrisponde un valore dell'azione normale $N2$ che può essere determinato imponendo l'equilibrio (o meglio l'equivalenza statica) alla traslazione lungo l'asse della trave:

```
In[30]:= N2 = b ycSol2 / 2 (SigmaC2 /. yc -> ycSol2) +  
Asp (SigmaSp2 /. yc -> ycSol2) - As SigmaSamm
```

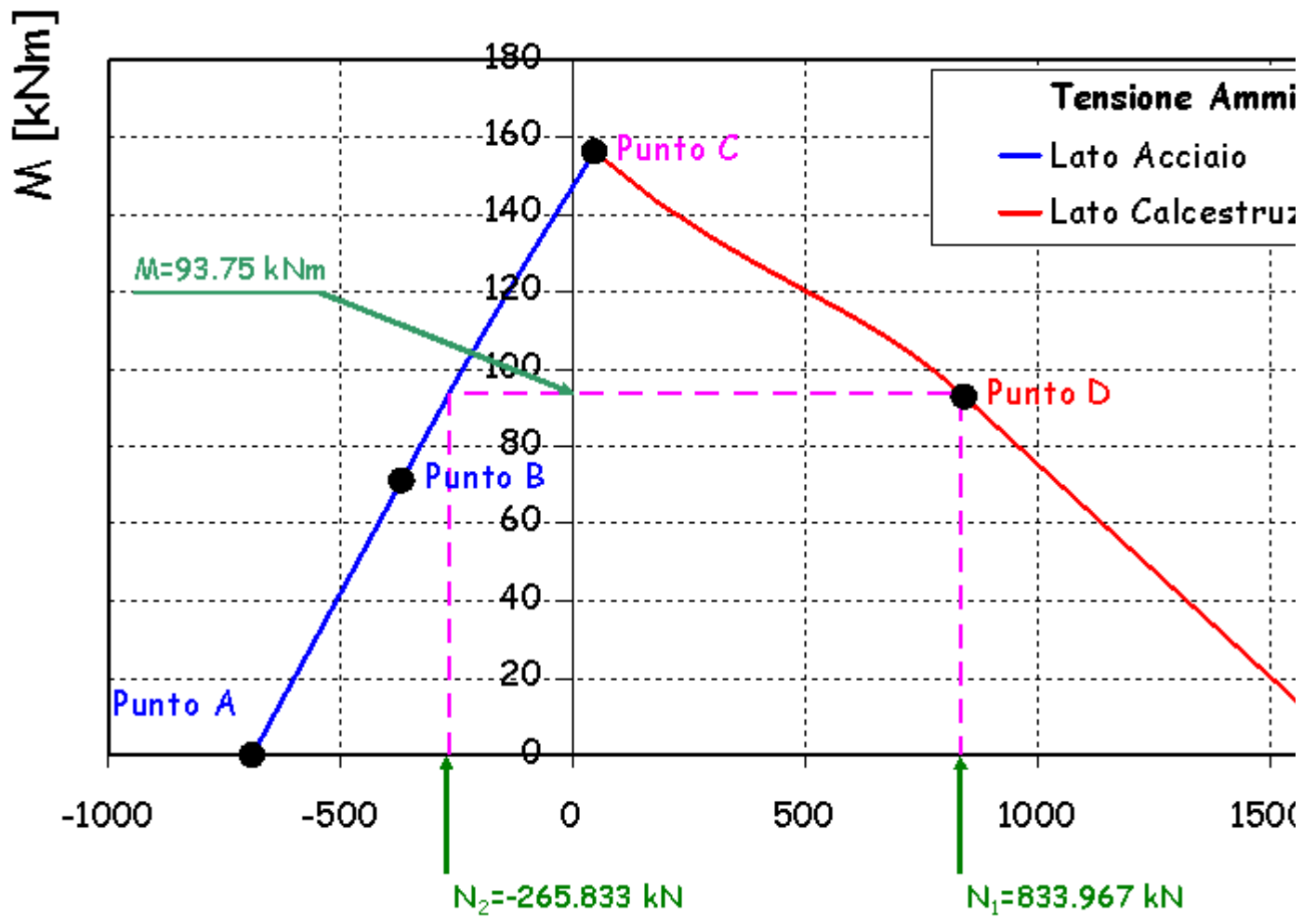
```
Out[30]= -265833.
```

Discussione dei risultati e conclusioni

La figura riportata nel seguito illustra la posizione nel piano N-M dei punti-tensione ($N1, M$) ed ($N2, M$) ottenuti dalla soluzione del problema; viene rappresentato pure il dominio di resistenza N-M determinato assumendo ipotesi di comportamento dei materiali compatibili con il Metodo delle Tensioni Ammissibili (materiali a comportamento elastico fino al valore delle tensioni ammissibili, appunto).

Nella figura in oggetto si osserva che detti punti giacciono, come è ovvio; il valore $N1$ deriva dal raggiungimento della tensione ammissibile nel calcestruzzo (compressivo), mentre $N2$ deriva dal fatto che l'armatura tesa raggiunge la tensione ammissibile.

In definitiva, si può desumere che, dato il valore del carico q uniformemente distribuito sulla trave, è possibile applicare uno sforzo normale N compreso tra $[N2, N1]$ perchè la verifica a presso-tenso-flessione condotta secondo il Metodo delle Tensioni Ammissibili siano soddisfatte; infatti per tutto questo intervallo il momento resistente (rappresentato) dalla frontiera del dominio risulta non minore del momento sollecitante.



Converted by [Mathematica](#) November 25, 2005