

Diffusività termica in campioni inerti

V. Redaelli, N. Ludwig, S. Caglio, M. Gargano, M. Monzani

Scopo dell'esperienza è stato la determinazione del parametro a di diffusività termica caratterizzante i materiali in esame per densità r , calore specifico C_s e conduttività termica K secondo la relazione:

$$a = \frac{K}{r \cdot C_s} \quad (3.1)$$

Tale parametro figura nell'equazione di Fourier che descrive la propagazione del calore in mezzi materiali:

$$\frac{1}{a} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (3.2)$$

la cui soluzione generale non è ricavabile analiticamente; si è pertanto scelto di svolgere l'esperienza nell'ipotesi che i campioni possano essere approssimati da una massa seminfinita con superficie di separazione piana, considerando quindi la propagazione del calore lungo la sola dimensione perpendicolare alla superficie di delimitazione del mezzo, e le isoterme parallele a tale superficie. Il riscaldamento dei campioni è stato ottenuto mantenendo costante la temperatura superficiale, così da poter sfruttare la soluzione dell'equazione di Fourier:

$$T(x,t) = T_s + (T_A - T_s) \cdot \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{at}} \right) \quad (3.3)$$

la quale rappresenta l'evoluzione temporale della temperatura per posizioni fissate (x) o la propagazione termica nel materiale ad istanti successivi (fissato t).

Nell'equazione considerata T_s è il valore della temperatura superficiale, mentre T_A si riferisce alla temperatura ambiente.

I.1.1. Procedura sperimentale

Si sono presi in esame quattro campioni di tre diversi materiali: un mattone di coccio, un intonaco di sabbia del Ticino e due intonaci di polvere di marmo (tutti con dimensioni confrontabili tra loro); posti gli stessi su di una piastra precedentemente riscaldata e capace di mantenere costante la temperatura, si è proceduto all'acquisizione di 60 immagini tramite termocamera shortwave¹ ad intervalli di 1 minuto per un totale di 1 ora.

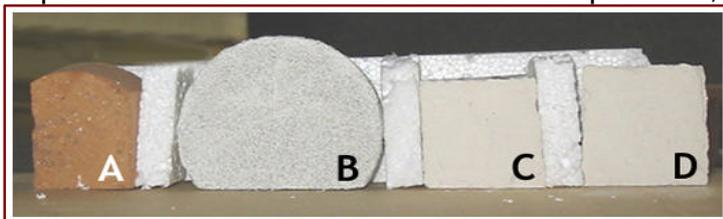


Figura I.3.a Fotografia dei campioni esaminati

Tra un campione e l'altro si è interposto del materiale isolante (polistirolo) per evitare la creazione di moti convettivi e la reciproca influenza che avrebbero

¹ Termocamera shortwave (range: 3 - 5 μm)

notevolmente limitato l'approssimazione di propagazione monodimensionale del calore.

La temperatura superficiale della piastra era di 48.31°C ed è stata misurata tramite sensore a contatto PT100. La termocamera è stata posta alla distanza di 65 cm dalla piastra e l'emissività termica è stata impostata a 0.93 per tutti i campioni dato il loro comportamento simile a quello di un corpo nero.

Campione	Materiale	Dimensioni (cm) $L \times P \times H_{max}$	Densità (g/cm ³)	e tabulato
A	Mattone	3 x 2 x 4	1.663	0.95
B	Sabbia	5 x 2 x 5	1.632	0.90
C	Marmo	3.5 x 1.7 x 3.5	1.654	0.93
D	Marmo	3.7 x 1.5 x 3.9	1.630	0.93

Si è quindi passati alla tabulazione delle temperature, prese a varie distanze dalla superficie riscaldata, nel tempo per i diversi campioni.

Condizioni Sperimentali:	Temperatura ambiente: 21.7°C	Umidità relativa: 35%
---------------------------------	------------------------------	-----------------------

I.1.2. Analisi dati

Nella soluzione dell'equazione di Fourier applicabile al nostro caso sperimentale, il parametro a da determinare compare in argomento alla funzione erf che non è analiticamente invertibile.

Tale funzione (*Gaussian Error Function*) è infatti definita come:

$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \quad (3.4)$$

ed il suo andamento è riportato in **Figura I.3.b**.

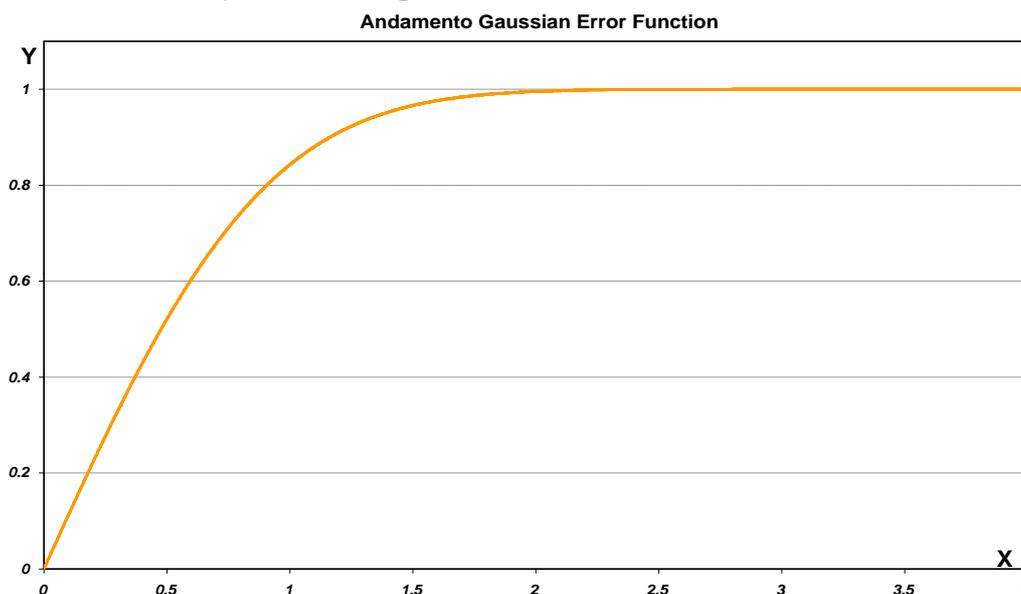
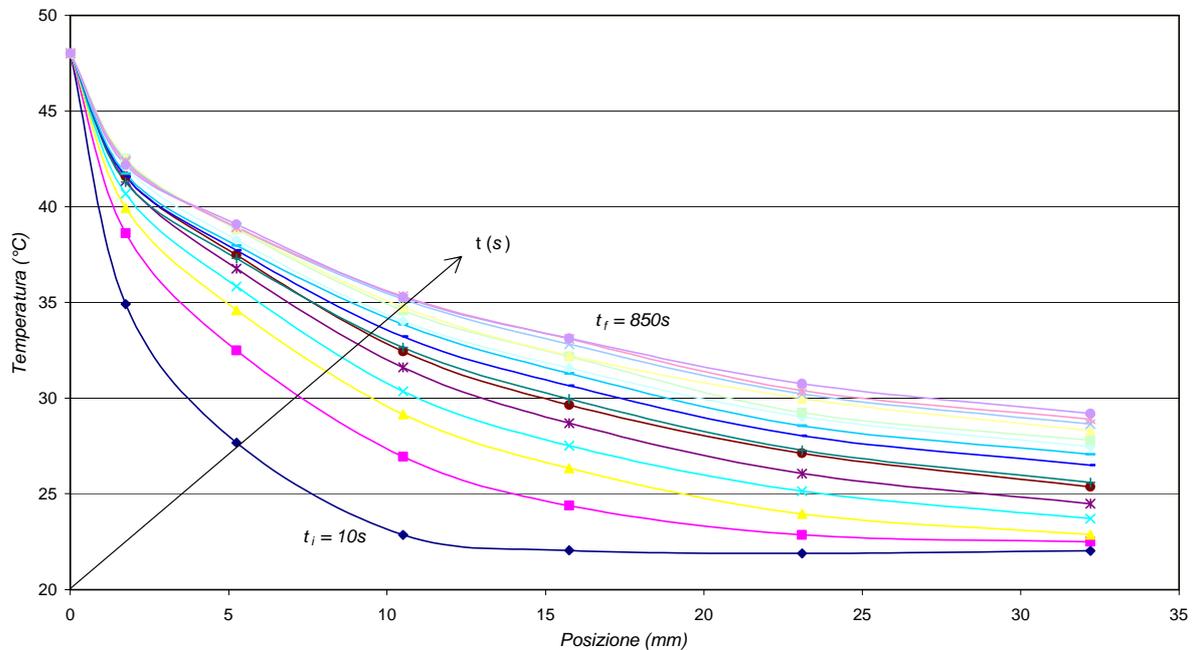


Figura I.3.b

Al fine di interpolare i dati sperimentali con la curva teorica è stato creato e trascritto in codice C un algoritmo di *best fitting*; ciò ha permesso di minimizzare l'errore relativo medio tra distribuzione sperimentale dei valori di temperatura e dati teorici dati dall'equazione (3.3), iterando il processo di correzione del parametro a .

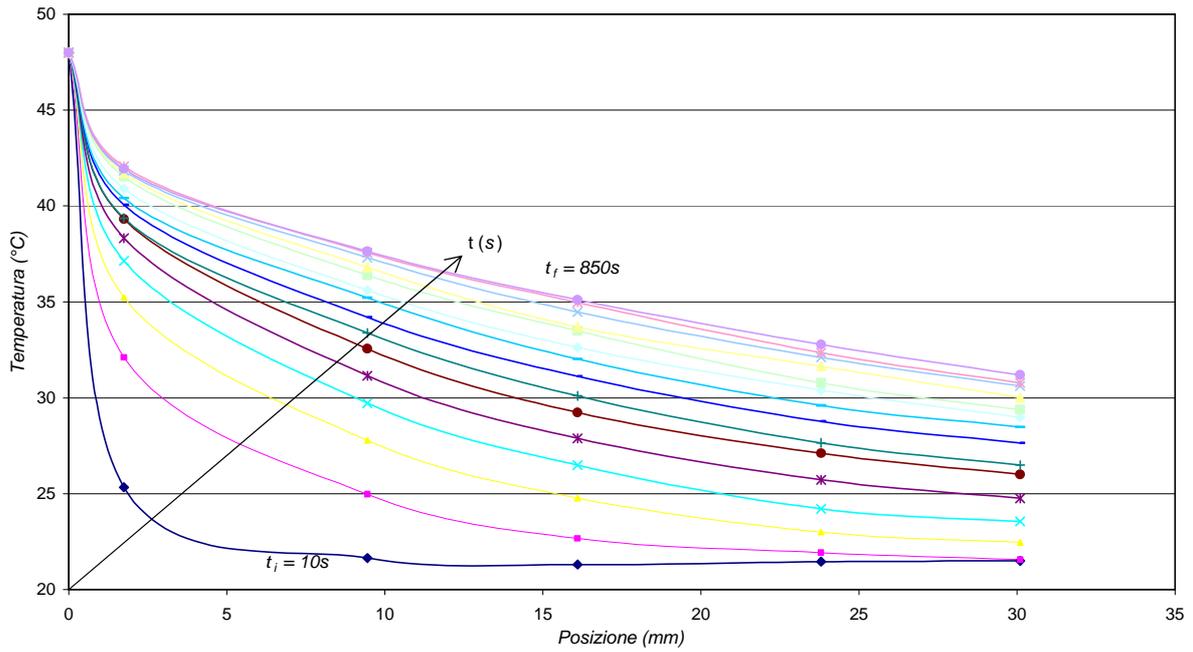
Nel corso dell'analisi ci si è accorti che, date le dimensioni ridotte dei campioni in esame, l'ipotesi di mezzo seminfinito si adatta solo per i primi minuti di riscaldamento; si nota, infatti, nei grafici seguenti, che la temperatura dell'ultimo punto aumenta nel tempo rivelando un'influenza notevole da parte della sorgente di calore (cosa che non accadrebbe se il punto si trovasse realmente in prossimità dell'infinito).

Distribuzione temperature - Mattone



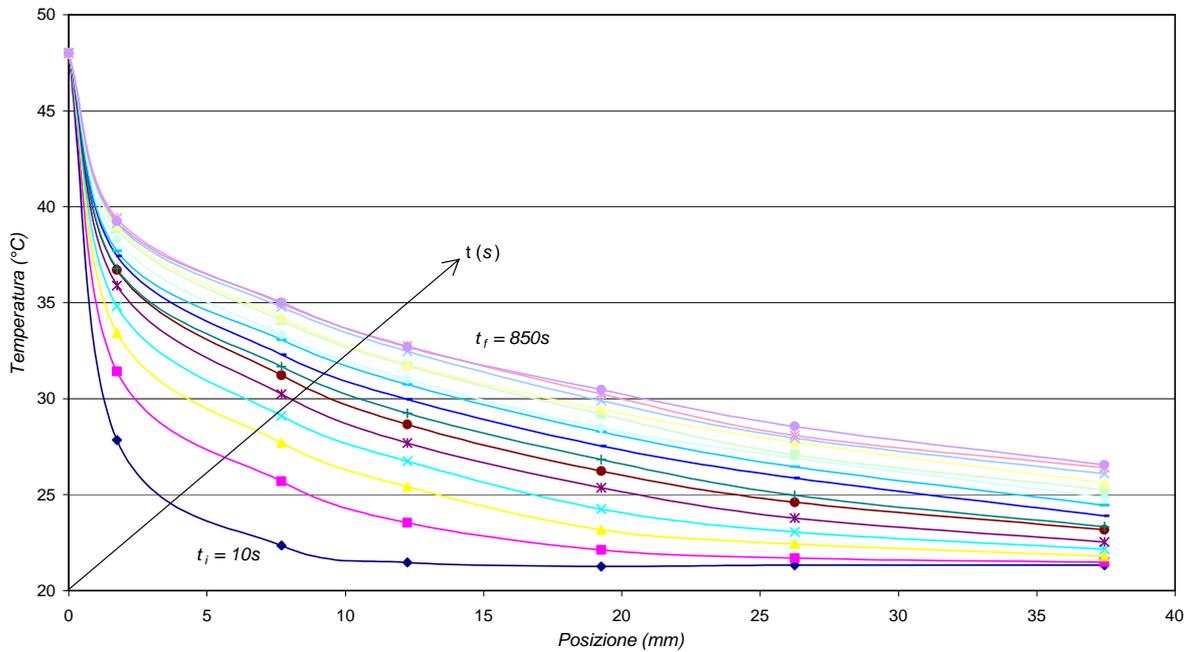
Distribuzione temperature per i primi 15 minuti di riscaldamento.
Ogni curva dista temporalmente dalla precedente di 60 secondi.

Distribuzione temperature - Marmo



Distribuzione temperature per i primi 15 minuti di riscaldamento.
Ogni curva dista temporalmente dalla precedente di 60 secondi.

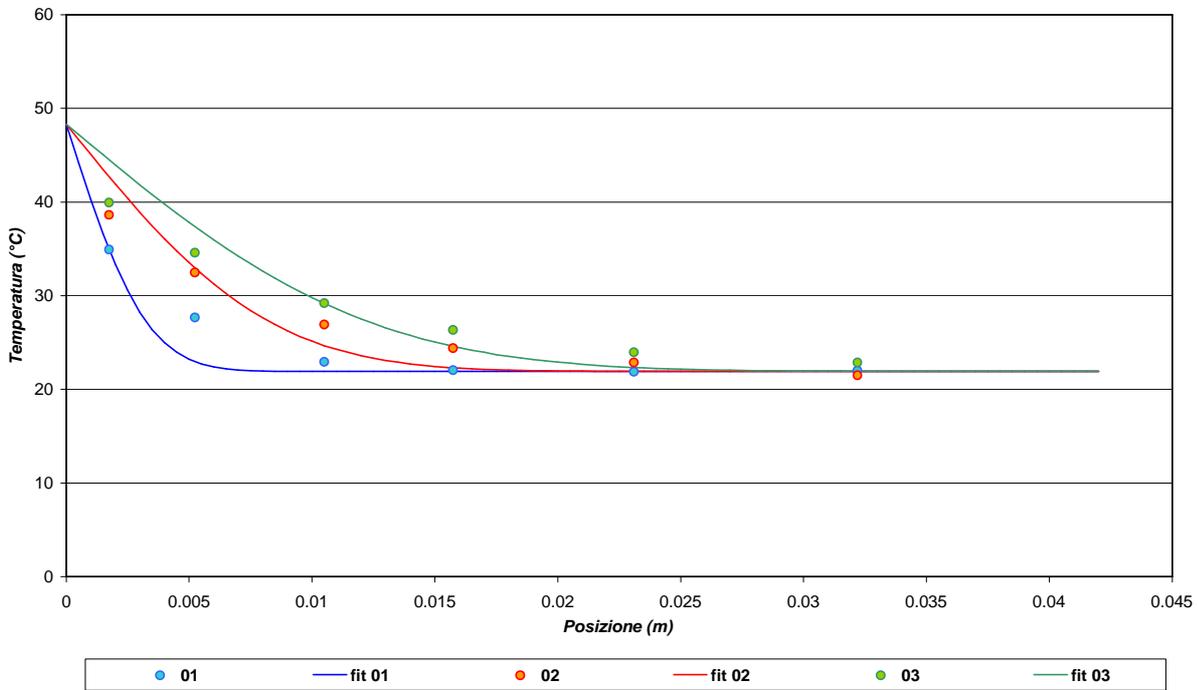
Distribuzione temperature - Sabbia



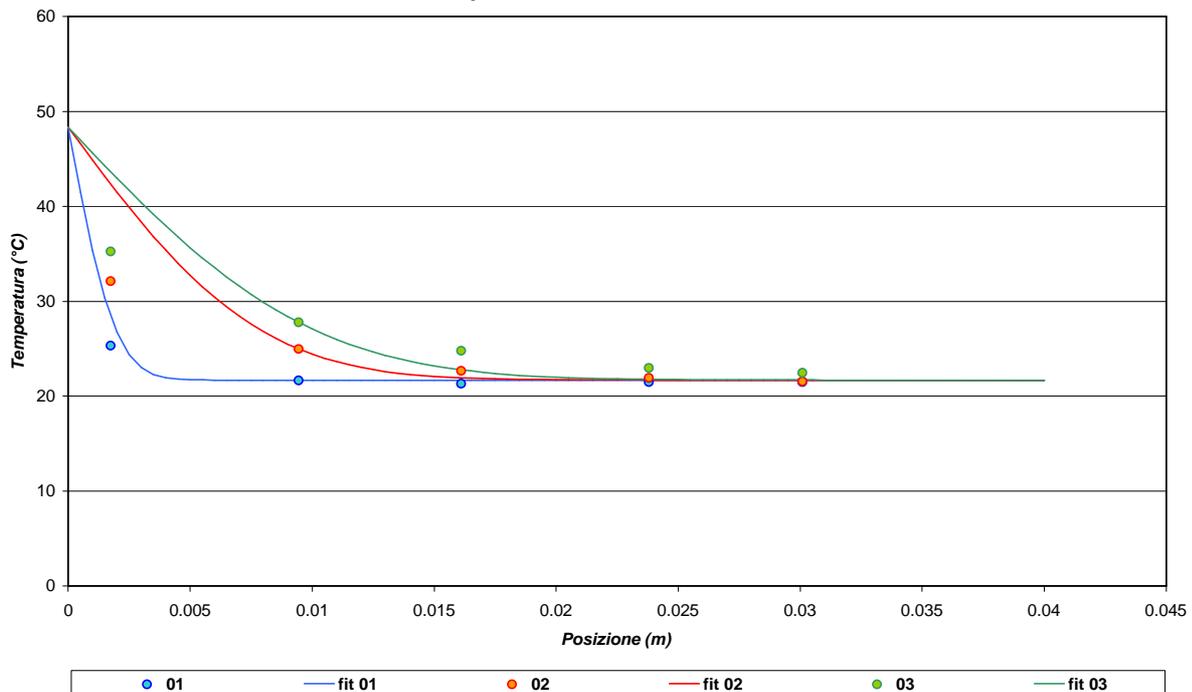
Distribuzione temperature per i primi 15 minuti di riscaldamento.
Ogni curva dista temporalmente dalla precedente di 60 secondi.

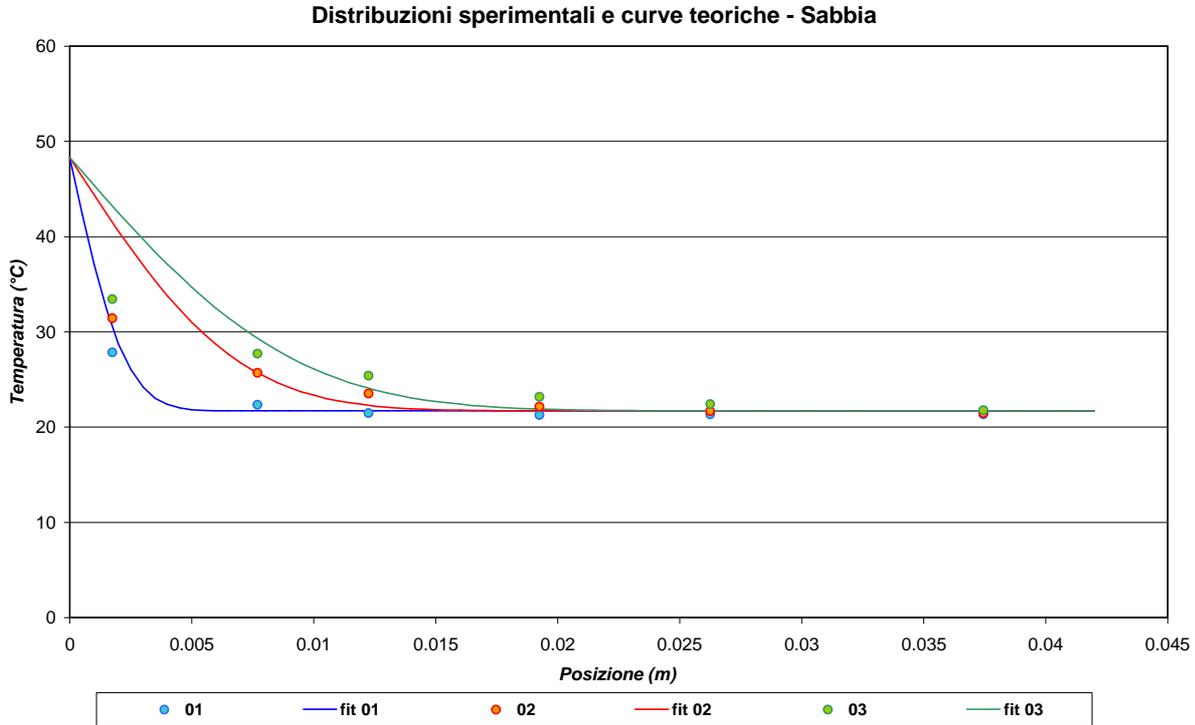
Sono state pertanto utilizzate solo le prime 3 serie di dati per il *fit* tramite programma appositamente scritto. Vengono di seguito riportati i grafici con i dati sperimentali e le corrispondenti curve teoriche relativamente ai 3 materiali.

Distribuzioni sperimentali e curve teoriche - Mattone



Distribuzioni sperimentali e curve teoriche - Marmo





Le tabelle riferiscono i valori di a ed il relativo errore percentuale ai diversi tempi ed infine il valore ottenuto dalla media pesata dei precedenti.

Serie / tempo (s)	Mattone (A)		Marmo (C)		Sabbia (B)	
	a (m ² /s)	errore	a (m ² /s)	errore	a (m ² /s)	errore
1 / 10	3.25E-07	4.444%	1.16E-07	3.000%	1.60E-07	3.000%
2 / 70	3.00E-07	5.930%	2.68E-07	5.824%	2.04E-07	5.459%
3 / 130	3.56E-07	6.059%	2.37E-07	7.434%	2.00E-07	7.200%
media pesata	3.27567E-07 (m²/s)		2.25667E-07 (m²/s)		1.93832E-07 (m²/s)	

(Sono stati esclusi dalla trattazione i dati riguardanti il campione *D* poiché del tutto simili a *C*)

I.1.3. Conclusioni

Conoscendo, per il mattone, i dati del calore specifico

$$800 \frac{J}{Kg \cdot K} \leq C_s \leq 900 \frac{J}{Kg \cdot K}$$

e della conduttività termica

$$0.4 \frac{W}{m \cdot K} \leq ? \leq 0.6 \frac{W}{m \cdot K}$$

in base alla (3.1) si è potuto determinare il range nel quale il valore a ottenuto per il campione risulta accettabile:

$$2.672 \frac{m^2}{s} < a < 4.510 \frac{m^2}{s} \quad (3.5)$$

Confrontando quindi la (3.5) con il valore tabulato possiamo affermare che il dato sia confidente.

Per quanto riguarda i campioni di sabbia e di marmo, di cui non esistono precedenti valutazioni di a , si può solamente dire che i valori di a conseguiti sono concordi con l'effettiva minore capacità di diffusione del calore in tali materiali.

Per migliorare le condizioni sperimentali e quindi ridurre possibili fonti d'errore possiamo ipotizzare che è conveniente utilizzare campioni di maggiori dimensioni poiché, come si è notato, l'approssimazione di mezzo seminfinito per campioni piccoli si adatta solo per i primi minuti di riscaldamento. Per questo motivo si è dovuto rigettare la maggior parte dei dati. Inoltre è plausibile che la piastra usata per il riscaldamento, non mantenga costante in modo preciso la temperatura così falsare, anche se di poco, i risultati per l'intera durata della misura.

Si spera che queste considerazioni, necessarie per completare questa parte siano altresì valide e utilizzabili nei laboratori successivi.